令和４年度
全国学力･学習状況調査

報告書

児童生徒一人一人の学力・学習状況に
応じた学習指導の改善・充実に向けて

中学校　数学

授業アイディア例
掲載

令和４年８月
文部科学省　国立教育政策研究所

目　次

１．調 査 の 概 要

（１）調査の目的

義務教育の機会均等とその水準の維持向上の観点から、全国的な児童生徒の学力や学習状況を把握・分析し、教育施策の成果と課題を検証し、その改善を図るとともに、学校における児童生徒への教育指導の充実や学習状況の改善等に役立てる。さらに、そのような取組を通じて、教育に関する継続的な検証改善サイクルを確立する。

（２）調査の対象とする児童生徒

【小学校調査】

小学校第６学年、義務教育学校前期課程第６学年、特別支援学校小学部第６学年

【中学校調査】

中学校第３学年、義務教育学校後期課程第３学年、
中等教育学校前期課程第３学年、特別支援学校中学部第３学年

（３）調査事項及び手法

①　児童生徒に対する調査

ア　教科に関する調査〔国語、算数・数学、理科〕

出題内容はそれぞれ次の(ｱ)と(ｲ)を一体的に問うもの。

(ｱ) 身に付けておかなければ後の学年等の学習内容に影響を及ぼす内容や、実生活において不可欠であり常に活用できるようになっていることが望ましい知識・技能等

(ｲ) 知識・技能を実生活の様々な場面に活用する力や、様々な課題解決のための構想を立て実践し評価・改善する力等

※調査問題は学習指導要領（平成 29 年告示）に示された目標及び内容等に基づいて作成。

イ　質問紙調査

学習意欲、学習方法、学習環境、生活の諸側面等に関する質問紙調査を実施。
本年度の主な調査項目は以下のとおり。

- 挑戦心、達成感、規範意識、自己有用感等
- 地域や社会に関わる活動の状況等
- ICT を活用した学習状況
- 主体的・対話的で深い学びの視点からの授業改善に関する取組状況
- 学習に対する興味・関心や授業の理解度等

②　学校に対する質問紙調査

学校における指導方法に関する取組や学校における人的・物的な教育条件の整備の状況等に関する質問紙調査を実施。

本年度の主な調査項目は以下のとおり。

- 生徒指導等
- 学校運営に関する状況／教職員の資質向上に関する状況
- 主体的・対話的で深い学びの視点からの授業改善に関する取組状況
- ICT を活用した学習状況
- 各教科の指導方法
- 個に応じた指導
- 新型コロナウイルス感染症の影響

※調査項目は毎年度文部科学省において決定。
※全国学力・学習状況調査の開始当初（平成 19 年度）と比べて質問紙調査の質問項目数が増加し、平成 30 年度より、毎年調査する項目と数年おきに調査する項目を分別し、質問項目数を選定。

（４）調査の方式
　　悉皆調査

（５）調査日時
　　令和４年４月 19 日（火）

【小学校調査】

１時限目	２時限目	３時限目	
国語（45 分）	算数（45 分）	理科（45 分）	児童質問紙 （20～40 分程度）

【中学校調査】

１時限目	２時限目	３時限目	
国語（50 分）	数学（50 分）	理科（50 分）	生徒質問紙 （20～45 分程度）

※児童生徒質問紙調査は、一部の学校において、PC・タブレット等の端末を活用したオンラインによる回答方式で実施。なお、オンラインによる回答方式で実施する場合、ネットワーク等の状況を考慮し、４月 19 日～４月 28 日の期間中における回答を４月 19 日に実施した調査の結果として集計している。

※調査の実施日に、特定の学校において調査を実施できないやむを得ない事情がある場合は、教育委員会及び学校等の判断により、当該学校における調査実施日を後日に変更することができることとしている。調査実施日を後日に変更する場合、全体の集計からは除外するが、４月 20 日～５月 20 日に実施された調査については、採点及び調査結果の提供を行っている。

（６）集計児童生徒・学校数

① 集計基準

児童生徒に対する調査について、令和４年４月 19 日に実施された教科に関する調査及び質問紙調査の結果を集計。学校に対する質問紙調査については、在籍する児童生徒が調査を実施した学校の結果を集計。

② 集計児童生徒数

（小学校第６学年、義務教育学校前期課程第６学年、特別支援学校小学部第６学年）

	調査対象児童数※1	4月19日に調査を実施した児童数※2	【参考】 4月19日～5月20日に調査を実施した児童数
公立	1,038,101人	965,761人	993,977人
国立	6,498人	6,097人	6,332人
私立	13,061人	6,253人	6,542人
合計	1,057,660人	978,111人	1,006,851人

（中学校第３学年、義務教育学校後期課程第３学年、
中等教育学校前期課程第３学年、特別支援学校中学部第３学年）

	調査対象生徒数※1	4月19日に調査を実施した生徒数※2	【参考】 4月19日～5月20日に調査を実施した生徒数
公立	994,935人	892,585人	905,178人
国立	10,128人	9,640人	9,664人
私立	82,226人	26,284人	26,827人
合計	1,087,289人	928,509人	941,669人

※1 調査対象児童生徒数について、公立・国立は、調査実施前に学校から申告された児童生徒数、私立は、令和３年度学校基本調査による。調査当日までの転入出等により増減の可能性がある。

※2 調査を実施した児童生徒数は、回収した解答用紙が最も多かった教科の解答用紙の枚数で算出。

③　集計学校数

（小学校、義務教育学校前期課程、特別支援学校小学部）

	調査対象者の在籍する学校数	4月19日に調査を実施した学校数（実施率%）	【参考】4月20日～5月20日に調査を実施した学校数	【参考】4月19日～5月20日に調査を実施した学校数（実施率%）
公立	18,805校	18,671校（99.3%）	101校	18,772校（99.8%）
国立	75校	73校（97.3%）	2校	75校（100.0%）
私立	242校	123校（50.8%）	4校	127校（52.5%）
合計	19,122校	18,867校（98.7%）	107校	18,974校（99.2%）

（中学校、義務教育学校後期課程、中等教育学校前期課程、特別支援学校中学部）

	調査対象者の在籍する学校数	4月19日に調査を実施した学校数（実施率%）	【参考】4月20日～5月20日に調査を実施した学校数	【参考】4月19日～5月20日に調査を実施した学校数（実施率%）
公立	9,437校	9,348校（99.1%）	60校	9,408校（99.7%）
国立	80校	80校（100.0%）	0校	80校（100.0%）
私立	765校	334校（43.7%）	5校	339校（44.3%）
合計	10,282校	9,762校（94.9%）	65校	9,827校（95.6%）

（７）調査結果の解釈等に関する留意事項

本調査は、幅広く児童生徒の学力や学習状況等を把握することなどを目的として実施しているが、実施教科が特定の教科のみであることや、必ずしも学習指導要領全体を網羅するものではないことなどから、本調査の結果については、児童生徒が身に付けるべき学力の特定の一部分であること、学校における教育活動の一側面に過ぎないことに留意することが必要である。

本調査の結果においては、国語、算数・数学、理科ごとの平均正答数、平均正答率等の数値を示しているが、平均正答数、平均正答率のみならず、中央値、標準偏差等の数値や分布の状況を表すグラフの形状など他の情報と合わせて総合的に結果を分析、評価することが必要である。また、個々の問題や領域等に着目して学習指導上の課題を把握・分析し、児童生徒一人一人の学習改善や学習意欲の向上につなげることも重要である。

＜用語説明＞

語　句	説　　　　　明
平均正答数	児童生徒の正答数の平均。
平均正答率	平均正答数を百分率で表示。 ○国語、算数・数学、理科ごとの平均正答率は、それぞれの平均正答数を設問数で割った値の百分率（概数）。 ○学習指導要領の領域、評価の観点、問題形式、問題ごとの平均正答率は、それぞれの正答児童生徒数を全体の児童生徒数で割った値の百分率。
中央値	集団のデータを大きさの順に並べた時に真ん中に位置する値。 平均値とともに集団における代表値として捉えられる。
最頻値	集団のデータにおいて、最も多く現れる値。
標準偏差	集団のデータの平均値からの離れ具合（散らばりの度合い）を表す数値。標準偏差が０とは、ばらつきがない（データの値が全て同じ）ことを意味する。
解答類型	各問題についての正答、予想される解答などの解答状況を分類し整理したもの。

２． 教科に関する調査の結果（概要）

（１）調査問題の内容、課題等、指導改善のポイント

○調査問題の内容

学習指導要領における、「数と式」、「図形」、「関数」、「データの活用」の各領域に示された指導内容をバランスよく出題している。なお、中学校第２学年までの内容となるようにしている。

（例） ■ 42 を素因数分解する。
■ 差が４である２つの偶数の和が、４の倍数になることの説明を完成する。
■ ある条件を保ったまま辺の長さを変えた場合に、角の大きさについて成り立つ性質の説明を完成する。
■ 二酸化炭素削減目標の 300 ｋｇを達成するまでの日数を求める方法を、表、式、グラフなどを用いて説明する。
■ コマ回し大会で使用するコマをヒストグラムの特徴を基に選び、選んだ理由を説明する。

○課題等

数と式

◇ 簡単な連立方程式を解くことはできている。〔$\boxed{2}$〕
◇ 問題場面における考察の対象を明確に捉えることはできている。〔$\boxed{6}$(1)〕
◆ 自然数を素数の積で表すことに課題がある。〔$\boxed{1}$〕
◆ 目的に応じて式を変形したり、その意味を読み取ったりして、事柄が成り立つ理由を説明することに引き続き課題がある。〔$\boxed{6}$(2)〕
◆ 結論が成り立つための前提を考え、新たな事柄を見いだし、説明することに課題がある。〔$\boxed{6}$(3)〕

図形

◇ 証明の根拠として用いられている三角形の合同条件を理解することはできている。〔$\boxed{9}$(1)〕
◆ 反例の意味の理解に課題がある。〔$\boxed{3}$〕
◆ 筋道を立てて考え、事柄が成り立つ理由を説明することに課題がある。〔$\boxed{9}$(2)〕

関数

◆ 一次関数の変化の割合の意味の理解に引き続き課題がある。〔$\boxed{4}$〕
◆ 与えられた表やグラフから、必要な情報を読み取ることに課題がある。〔$\boxed{8}$(1)〕
◆ 事象を数学的に解釈し、問題解決の方法を数学的に説明することに引き続き課題がある。〔$\boxed{8}$(2)〕

データの活用

◇ 多数の観察や多数回の試行によって得られる確率の意味を理解することはできている。〔$\boxed{5}$〕
◆ データの傾向を的確に捉え、判断の理由を数学的な表現を用いて説明することに引き続き課題がある。〔$\boxed{7}$(1)〕
◆ 箱ひげ図から分布の特徴を読み取ることに課題がある。〔$\boxed{7}$(2)〕

◇･･･比較的できている点　◆･･･課題のある点　〔　〕内の記号は、問題番号

○指導改善のポイント

数と式

○　整数の性質についての理解を深める活動の重視

・　自然数を素数の積で表すことができるようにするために、整数に対する見方を広げ、整数の性質について理解を深める活動を重視していくことが大切である。その際、小学校で学んだ約数や倍数の性質を捉え直す場面を設定することが考えられる。

○　予想した事柄が成り立つかどうかを具体例をあげて調べる活動の充実

・　結論が成り立つための前提を考え、見いだした事柄を数学的に表現できるようにするために、既に成り立つことが示された事柄を基に、前提を変えても成り立つ場合を考え、話し合う活動を取り入れることが考えられる。その際、成り立つ事柄を予想するために、具体例をあげて調べる活動を充実することが大切である。

図形

○　事柄が常に成り立つとは限らないことを反例をあげて説明する活動の重視

・　ある事柄が成り立つかどうかを判断するために、仮定を満たすような具体例を幾つかあげ、それが結論を満たすかどうかを調べる活動を取り入れることが大切である。その際、事柄がいつでも成り立つとは限らない場合には、反例をあげて説明する活動を重視することが大切である。

○　筋道を立てて考え、事柄が成り立つ理由を説明する活動の充実

・　結論を導くために何が分かればよいかを明らかにしたり、与えられた条件を整理したり、着目すべき性質や関係を見いだし、事柄が成り立つ理由を筋道を立てて考えたりするなど、事柄が成り立つ理由を数学的に説明する活動を充実することが大切である。

関数

○　伴って変わる二つの数量の変化の特徴を捉える活動の重視

・　変化の割合の意味を理解するために、伴って変わる二つの数量の変化の特徴を捉える活動を重視することが大切である。その際、変化の割合は $\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ で求められることだけでなく、x の増加量が１のときの y の増加量であると捉えることができるようにすることが大切である。

○　事象の数学的な解釈に基づいて、問題解決の方法を数学的に説明する活動の充実

・　様々な問題を数学を活用して解決できるようにするために、問題解決の方法に焦点を当て、表、式、グラフなどの「用いるもの」と、それらを問題解決するためにどう用いたかといった「用い方」を明確にして問題解決の方法を説明する活動を充実することが大切である。その際、問題解決の過程を振り返る場面において、解決の見通しをもつ場面で出された方法の説明として不十分なものを取り上げて吟味し、より洗練された表現に高めていく工夫が考えられる。

データの活用

○　ヒストグラムの特徴を比較して読み取り、判断の理由を数学的に説明する活動の充実

・　データの傾向を的確に捉え、判断の理由を数学的な表現を用いて説明することができるようにするために、ヒストグラムの特徴を比較して読み取り、そのことを根拠として判断した理由を説明する活動を充実することが大切である。その際、データの分布の傾向について最大値、最小値、範囲、累積度数などといった指標を用いて表現できるようにすることが大切である。

○　複数の集団のデータの分布に着目し、その傾向を比較して読み取る活動の充実

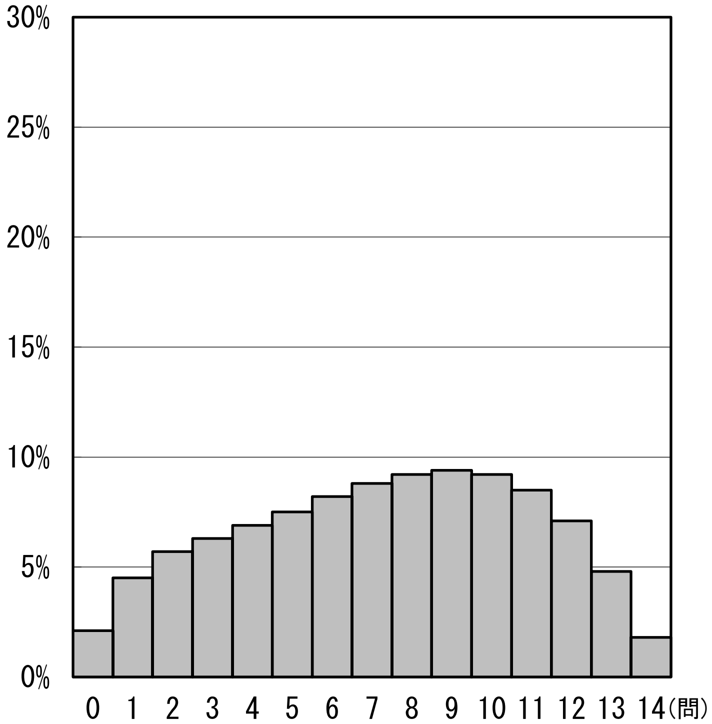
・　箱ひげ図から分布の特徴を読み取ることができるようにするために、複数の集団のデータの分布を比較する場面を設定し、そのデータを整理して箱ひげ図に表し、データの分布の傾向を比較して読み取る活動を充実することが大切である。その際、箱ひげ図の箱やひげの長さによらず、最小値、第１四分位数、第２四分位数（中央値）、第３四分位数、最大値の五つの値のそれぞれ隣り合う四つの区間に含まれるデータの個数はほぼ同じであることを確認することが重要である。

（２）集計結果（正答等の状況）

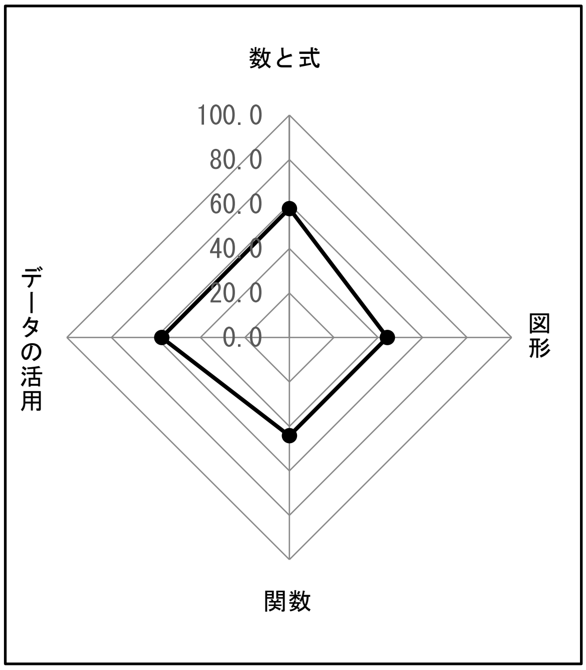
【数学】

生徒数	平均正答数	平均正答率	中央値	標準偏差	最頻値
927,831 人	7.3 問/14 問	52.0%	8.0 問	3.6 問	9 問

正答数分布グラフ（横軸:正答数、縦軸:生徒の割合）



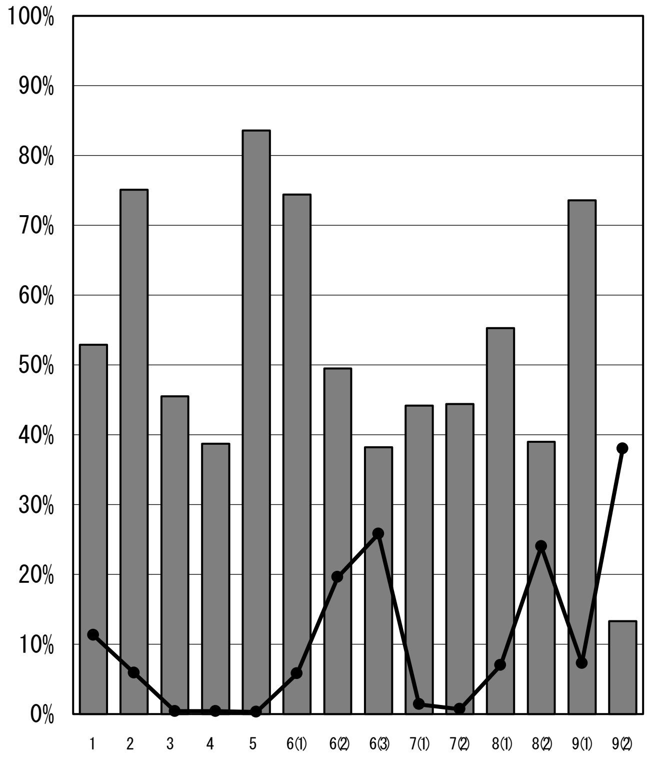
学習指導要領の領域等の平均正答率



分類・区分別集計結果

分類	区分	対象問題数（問）	平均正答率（%）
学習指導要領の領域	数と式	5	58.0
	図形	3	44.1
	関数	3	44.3
	データの活用	3	57.4
評価の観点	知識・技能	9	60.4
	思考・判断・表現	5	36.8
	主体的に学習に取り組む態度	0	
問題形式	選択式	4	53.0
	短答式	5	66.2
	記述式	5	36.8

問題別正答率「棒」・無解答率「折れ線」
（横軸：問題番号、縦軸：生徒の割合）



問題別集計結果

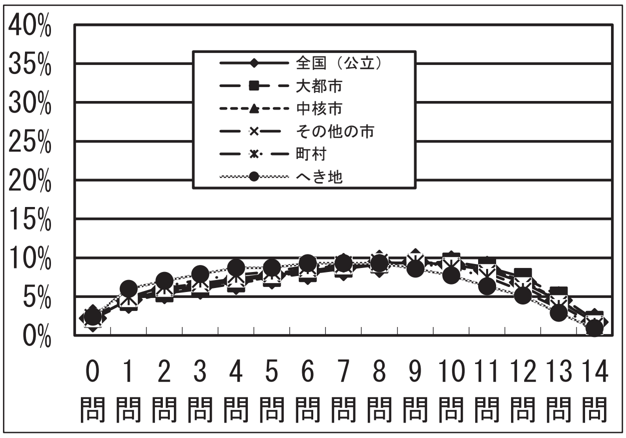
問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域 数と式	図形	関数	データの活用	評価の観点 知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度	問題形式 選択式	短答式	記述式	正答率（%）	無解答率（%）
1	４２を素因数分解する	自然数を素数の積で表すことができる	1(1) ア、イ				○				○		52.9	11.3
2	連立二元一次方程式 $\begin{cases} 2x+y=1 \\ y=x+4 \end{cases}$ を解く	簡単な連立二元一次方程式を解くことができる	2(2) ア(ウ)				○				○		75.1	5.9
3	ある予想がいつでも成り立つかどうかを示すことについて、正しく述べたものを選ぶ	反例の意味を理解している		2(2) ア(イ)			○			○			45.5	0.4
4	変化の割合が２である一次関数の関係を表した表を選ぶ	一次関数の変化の割合の意味を理解している			2(1) ア(ア)		○			○			38.7	0.4
5	容器のふたを投げたときに下向きになる確率を選ぶ	多数の観察や多数回の試行によって得られる確率の意味を理解している				1(2) ア(ア)	○			○			83.6	0.3
6（1）	同じ偶数の和である$2n+2n=4n$について、nが９のときどのような計算を表しているかを書く	問題場面における考察の対象を明確に捉えることができる	2(1) ア(イ)				○				○		74.4	5.8
6（2）	差が４である２つの偶数の和が、４の倍数になることの説明を完成する	目的に応じて式を変形したり、その意味を読み取ったりして、事柄が成り立つ理由を説明することができる	2(1) イ(イ)					○				○	49.5	19.6
6（3）	ある偶数との和が４の倍数になる数について、予想した事柄を表現する	結論が成り立つための前提を考え、新たな事柄を見いだし、説明することができる	2(1) イ(イ)					○				○	38.2	25.8
7（1）	コマ回し大会で使用するコマをヒストグラムの特徴を基に選び、選んだ理由を説明する	データの傾向を的確に捉え、判断の理由を数学的な表現を用いて説明することができる				1(1) イ(ア)		○				○	44.2	1.4
7（2）	箱ひげ図の箱が示す区間に含まれているデータの個数と散らばりの程度について、正しく述べたものを選ぶ	箱ひげ図から分布の特徴を読み取ることができる				2(1) ア(ア)	○			○			44.4	0.7
8（1）	与えられたグラフにおいて、点Ｅの座標を書く	与えられた表やグラフから、必要な情報を適切に読み取ることができる			1(1) ア(ウ) イ(イ)		○				○		55.3	7.0
8（2）	目標の３００ｋｇを達成するまでの日数を求める方法を説明する	事象を数学的に解釈し、問題解決の方法を数学的に説明することができる			1(1) イ(イ)			○				○	39.0	24.0
9（1）	証明で用いられている三角形の合同条件を書く	証明の根拠として用いられている三角形の合同条件を理解している		2(2) ア(ア)			○				○		73.6	7.3
9（2）	∠ＡＢＥと∠ＣＢＦの和が３０°になる理由を示し、∠ＥＢＦの大きさがいつでも６０°になることの説明を完成する	筋道を立てて考え、事柄が成り立つ理由を説明することができる		2(2) イ(イ)				○				○	13.3	38.0

（３）地域の規模等の状況

○　平均正答数、平均正答率、中央値、標準偏差を見ると、地域の規模等（公立：大都市、中核市、その他の市、町村、へき地）による大きな差は見られない。

［数学］

正答数分布グラフ（横軸：正答数、縦軸：生徒の割合）



	生徒数	平均正答数	平均正答率	中央値	標準偏差
全国（公立）	891,913人	7.2 / 14問	51.4%	7.0問	3.6問
大都市	224,396人	7.4 / 14問	52.8%	8.0問	3.6問
中核市	206,941人	7.2 / 14問	51.8%	7.0問	3.6問
その他の市	372,629人	7.0 / 14問	50.2%	7.0問	3.6問
町村	78,060人	6.9 / 14問	49.1%	7.0問	3.5問
へき地	13,642人	6.5 / 14問	46.6%	7.0問	3.5問

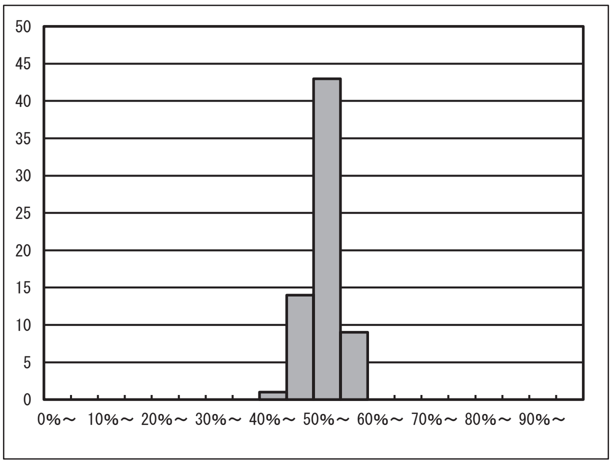
※大都市（政令指定都市及び東京 23 区）、中核市、その他の市、町村の値は、当該地方公共団体の教育委員会が設置管理する公立学校に在籍する生徒の調査結果（正答数）を集計したものである（都道府県立学校は含まない）。
※へき地の値は、へき地教育振興法及び各都道府県の条例（規則）によって指定された学校に在籍する生徒の調査結果を集計したものである。大都市、中核市、その他の市、町村の値に重複する。

（４）都道府県・指定都市の状況

○　各都道府県・指定都市（公立）の状況については、平均正答率を見ると、全ての都道府県・指定都市が平均正答率の±10%の範囲内であり、大きな差は見られない。

［数学］

正答率分布グラフ（横軸：平均正答率、縦軸：都道府県・指定都市数）



全国（公立）の平均正答率	全都道府県市（公立）中、最高平均正答率【全国との差】	全都道府県市（公立）中、最低平均正答率【全国との差】
51%	**58% 【+7%】**	**42% 【-9%】**

※都道府県は指定都市を除く。全国（公立）の平均正答率は整数値で表示している。

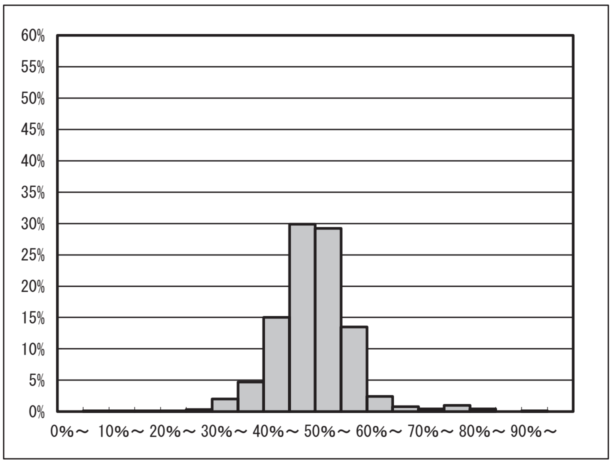
（５）教育委員会の状況

○　各教育委員会の状況については、全国平均からの離れ具合を表す平均正答率の標準偏差を見ると、令和３年度と比べ、ばらつきに大きな変化は見られない。

［数学］

教育委員会数	教育委員会の平均正答数	教育委員会の平均正答率	教育委員会の中央値	教育委員会の標準偏差
1,779	7.0 / 14問	49.7%	49.6%	7.6%

正答率分布グラフ（横軸：平均正答率、縦軸：教育委員会の割合）



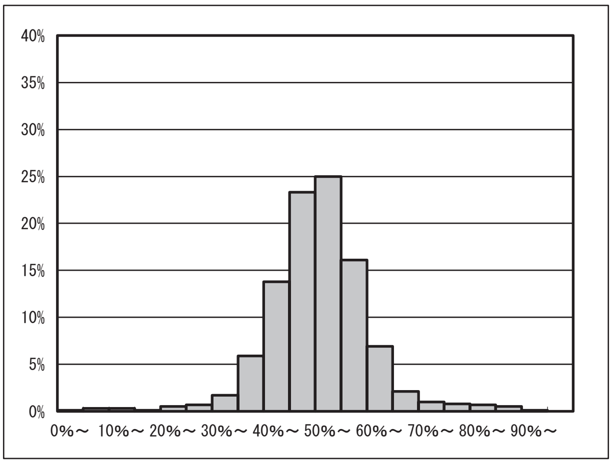
（６）学校の状況

○　各学校の状況については、全国平均からの離れ具合を表す平均正答率の標準偏差を見ると、令和３年度と比べ、ばらつきに大きな変化は見られない。

［数学］

学校数	学校の平均正答数	学校の平均正答率	学校の中央値	学校の標準偏差
9,752校	7.1 / 14問	50.6%	50.5%	9.9%

正答率分布グラフ（横軸：平均正答率、縦軸：学校の割合）

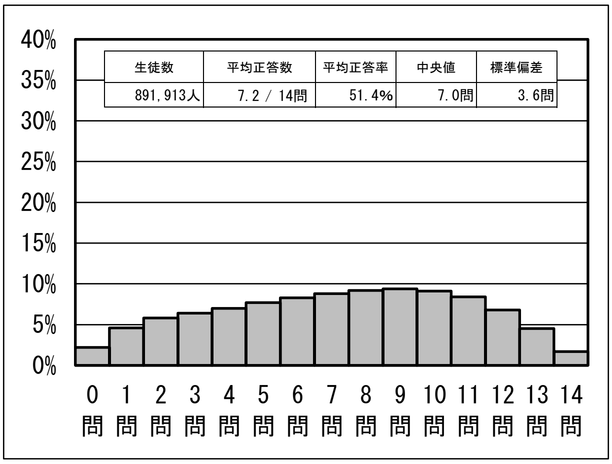


（７）国・公・私立学校の状況

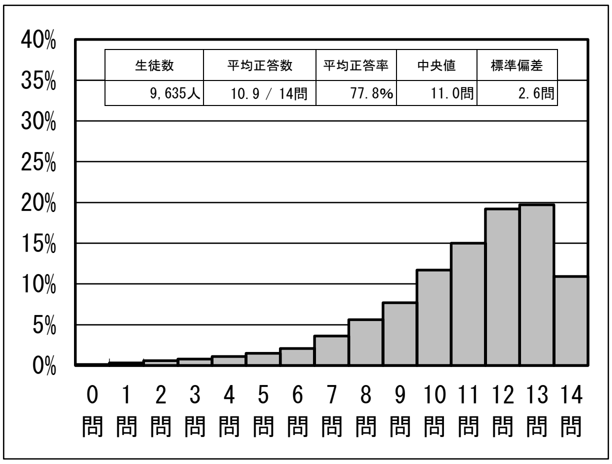
○　国立･私立学校は一般的に入学者選抜を行っていることに留意する必要があるが、平均正答数について見ると、国立・私立学校は、公立学校を上回っている。

［数学］

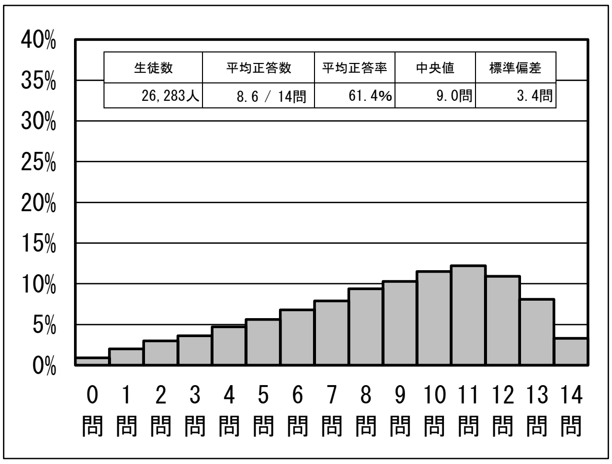
＜公立＞　正答数分布グラフ（横軸：正答数、縦軸：生徒の割合）



＜国立＞　正答数分布グラフ（横軸：正答数、縦軸：生徒の割合）



＜私立＞　正答数分布グラフ（横軸：正答数、縦軸：生徒の割合）



３．教科に関する調査の各問題の分析結果と課題

（１）「３．教科に関する調査の各問題の分析結果と課題」の見方

調査問題について、出題の趣旨、学習指導要領における領域・内容、解答類型と反応率、分析結果と課題、学習指導に当たってなどを記述しています。

問題画像

調査問題を掲載しています。

出題の趣旨

問題ごとに出題の意図、把握しようとする力、場面設定などを記述しています。

趣旨

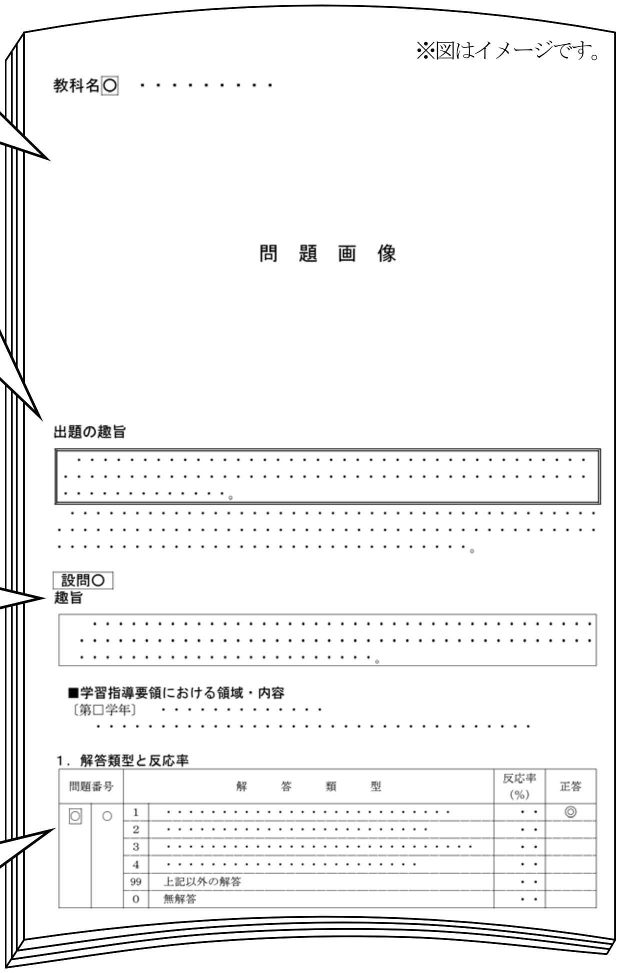
設問ごとの出題の意図、把握しようとする力などを記述しています。

■学習指導要領における領域・内容

調査対象学年及び他の学年の児童生徒への学習指導の改善・充実を図る際に参考となるように、関係する学習指導要領における領域・内容を示しています。

１．解答類型と反応率

解答類型ごとの反応率、正答の条件を示しています。（詳細は下欄参照）



解答類型と反応率

解答類型は、児童生徒一人一人の具体的な解答状況を把握することができるように、設定する条件等に即して解答を分類、整理したものです。正誤だけではなく、児童生徒一人一人の解答の状況（どこでつまずいているのか）等に着目した学習指導の改善・充実を図る際に活用することができます。

＜正答＞

「◎」… 解答として求める条件を全て満たしている正答

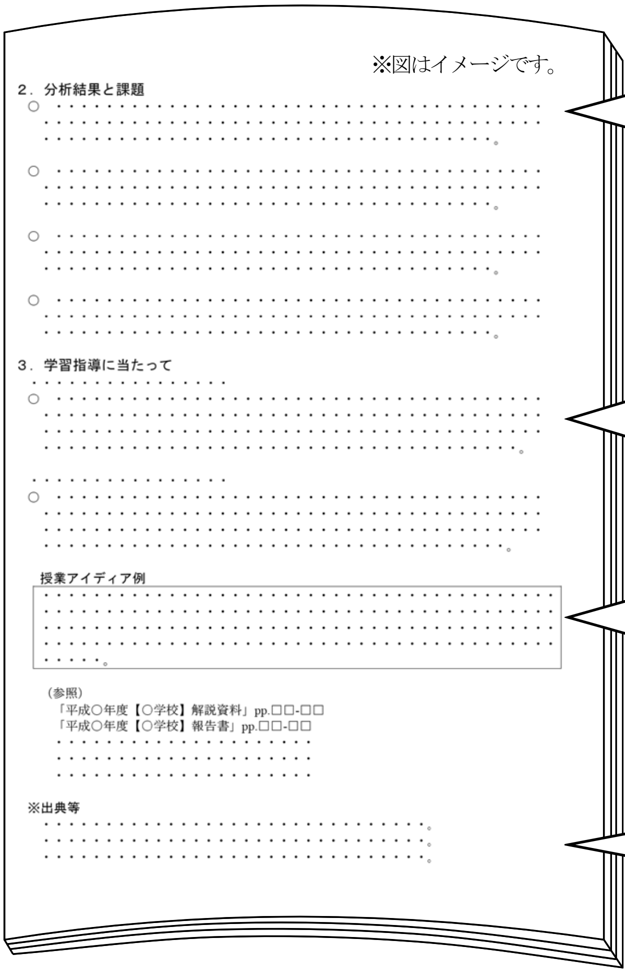
「○」… 問題の趣旨に即し必要な条件を満たしている正答

※反応率は小数第二位を四捨五入したものであるため、「◎」と「○」の反応率の合計と正答率が一致しない場合や合計が 100%にならない場合があります。クロス集計についても同様です。

分析結果と課題

問題ごとに、以下の内容について記述しています。

- 正答率、課題の有無
- 特徴的な解答について、反応率、解答例、課題の詳細
- これまでの調査で見られた課題との関連　　　　　　　　など



２．分析結果と課題

正答率、課題の有無、特徴的な解答の分析、これまでの調査で見られた課題との関連などを記述しています。（詳細は前ページの下欄参照）

３．学習指導に当たって

調査結果を受け、学習指導の改善・充実を図る際のポイントを問題ごとに記述しています。（詳細は下欄参照）

授業アイディア例

授業の改善・充実を図る際の参考となるよう、授業アイディアの一例を示しています。

※出典等

著作物からの出題の場合に、出典及び著作権者などについて示しています。また、問題作成に当たって参考としたものについても示しています。

学習指導に当たって（授業アイディア例含む）

調査問題に関係する領域・内容について、各学年での日々の学習指導の改善・充実を図る際に「解説資料」（本年４月公表）と併せて御活用ください。

また、今年度から、授業の改善・充実により資するよう、これまで別途作成していた「授業アイディア例」を本書に掲載し、調査結果の課題分析と課題の解決を図る事例を一体的に示すことといたしました。

なお、関連する過去の調査の報告書や授業アイディア例など、これまで作成した資料の該当ページを記載していますので、これらの資料も併せて御活用ください。

本書では、以下の資料については略称を用いています。

資　　料	略　　称
「平成○年度　全国学力・学習状況調査　解説資料　○学校　○○」	「平成○年度【○学校】解説資料」
「平成○年度　全国学力・学習状況調査　報告書　○学校　○○」	「平成○年度【○学校】報告書」
「平成○年度　全国学力・学習状況調査【○学校】の結果を踏まえた授業アイディア例」	「平成○年度【○学校】授業アイディア例」
「令和２年度　全国学力・学習状況調査　調査問題活用の参考資料　○学校　○○」	「令和２年度【○学校】活用の参考資料」
「令和○年度　全国学力・学習状況調査　解説資料　○学校　○○」	「令和○年度【○学校】解説資料」
「令和○年度　全国学力・学習状況調査　報告書　○学校　○○」	「令和○年度【○学校】報告書」
「令和○年度　全国学力・学習状況調査【○学校】の結果を踏まえた授業アイディア例」	「令和○年度【○学校】授業アイディア例」

３．教科に関する調査の各問題の分析結果と課題

（２）中学校　数学

数学1　素因数分解

1　42を素因数分解しなさい。

出題の趣旨

事象を数や式を用いて考察する場面において、次のことができるかどうかをみる。
・事象の特徴を的確に捉えること
・自然数を素数の積で表すこと

事象を数や式を用いて考察する場面では、数を和や積に表すなどして数量の関係を捉え、事象の特徴を読み取り、説明することが大切である。

本問は、自然数を素数の積で表すことができるかどうかをみる問題である。素因数分解をすることは、数に関する性質を説明する際に必要であることから出題した。

■学習指導要領における領域・内容

〔第１学年〕　A　数と式

(1)　正の数と負の数について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア　次のような知識及び技能を身に付けること。

（ア）正の数と負の数の必要性と意味を理解すること。

（イ）正の数と負の数の四則計算をすること。

（ウ）具体的な場面で正の数と負の数を用いて表したり処理したりすること。

イ　次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

（ア）算数で学習した数の四則計算と関連付けて、正の数と負の数の四則計算の方法を考察し表現すること。

（イ）正の数と負の数を具体的な場面で活用すること。

［内容の取り扱い］

(1)　内容の「A数と式」の(1)に関連して、自然数を素数の積として表すことを取り扱うものとする。

１．解答類型と反応率

問題番号			解　答　類　型	反応率(%)	正答
1		1	2×3×7　と解答しているもの。 （かけ算の順序は不問。以下同様。）	52.9	◎
		2	2×21　と解答しているもの。	0.2	
		3	3×14　と解答しているもの。	0.1	
		4	6×7　と解答しているもの。	1.0	
		5	因数に１を含んでいるもの。	1.1	
		6	42をいくつかの数の和の式で表し解答したもの。	0.2	
		99	上記以外の解答	33.3	
		0	無解答	11.3	

２．分析結果と課題

○　正答率は 52.9％ であり、自然数を素因数分解することに課題がある。

○　解答類型99の中には、「２、３、７」という解答が見られた。これは、42の素因数を記述しているが、それらを積で表すといった素因数分解することの意味を理解していない生徒がいると考えられる。

　また、「１、２、３、６、７、14、21、42」という解答がみられた。これは、42の約数を求めた生徒がいると考えられる。

３．学習指導に当たって

○　自然数を素数の積で表すことができるようにする

　整数の性質について理解を深める場面において、整数を様々な視点から捉えることができるようにするために、自然数を素数の積で表すことが大切である。

　本問を使って授業を行う際には、自然数42をその約数の積に表す活動を通して、表現された約数の積の中に素数の積があることを調べたり、素数の意味を確認したりする場面を設定することが考えられる。例えば、42をその約数｛１，２，３，６，７，14，21，42｝の積で表すと、$2\times3\times7$、2×21、3×14、6×7、1×42、$1\times2\times3\times7$ など、様々な表し方がある。この中で、42を「１とその数自身以外は約数をもたない数」としての素数の積で表現したものは、$2\times3\times7$ である。この活動を振り返ることによって、自然数42を約数の積に表す場合には多様な式での表現があるが、素数の積の場合にはその表現はただ一通りであることを、具体的に知ることができる。

○　素因数分解することを通して、整数の性質についての理解を深めることができるようにする

　自然数を素因数分解することを通して、整数に対する見方をさらに広げ、整数の性質についての理解を深めることができるようにすることが大切である。

　例えば、小学校算数科では、８と12の公約数を考える場面において、８と12をそれぞれ割り切ることができる整数として、８の約数｛１，２，４，８｝と、12の約数｛１，２，３，４，６，12｝をあげ、これを基に８と12の公約数｛１，２，４｝を見付ける活動を行ってきている。一方、自然数を素数の積として表すことができるようになることで、８と12を素数の積 $8=2^3$、$12=2^2\times3$ と表し、共通な因数が｛１，２，2^2｝となることを見いだすことができる。これにより、８と12の公約数が｛１，２，４｝となることを確認することができるようになる。このように、自然数を素因数分解した式を基に、小学校算数科で学んだ約数や倍数の性質についての理解をさらに深めることができる。

　さらに、素数の積に着目することは、「正の数の平方根」の学習において、例えば $\sqrt{50}$ を $\sqrt{5^2\times2}$ とみて $5\sqrt{2}$ とすることや、数の平方根を含む式の計算を工夫して行う上で大切である。また、中学校第２学年「文字を用いた式」の学習において、例えば「２つの奇数の和は偶数である」ことなど、数量の関係についての説明や、中学校第３学年「簡単な多項式」の学習における、多項式を幾つかの因数の積の形に表す因数分解にもつながる。

数学 2 連立二元一次方程式

2 連立方程式 $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ y = x + 4 \end{cases}$ を解きなさい。

出題の趣旨

> 連立二元一次方程式を用いて具体的な問題を解決する場面において必要となる、次のことができるかどうかをみる。
> ・連立二元一次方程式を方針に基づいて解くこと
> ・簡単な連立二元一次方程式を解くこと

連立二元一次方程式を用いて具体的な問題を解決する場面では、立式した連立二元一次方程式について、二つの文字のうち一方の文字を消去し、一元一次方程式に帰着させて解くといった方針に基づいて連立二元一次方程式を解くことが大切である。

本問は、簡単な連立二元一次方程式を解くことができるかどうかをみる問題である。連立二元一次方程式を的確に解くことは、具体的な問題を解決したり、二元一次方程式のグラフについて考察したりする際に必要であることから出題した。

■学習指導要領における領域・内容

〔第２学年〕　A　数と式

(2)　連立二元一次方程式について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア　次のような知識及び技能を身に付けること。

（ウ）簡単な連立二元一次方程式を解くこと。

１．解答類型と反応率

問題番号			解答類型	反応率（%）	正答
2		1	（x＝）－１，（y＝）３　と解答しているもの。	75.1	◎
		2	（x＝）－１，（y＝）□　と解答しているもの。 （□は３以外の数、又は無解答）	2.1	
		3	（x＝）□，（y＝）３　と解答しているもの。 （□は－１以外の数、又は無解答）	1.8	
		4	（x＝）３，（y＝）－１　と解答しているもの。	0.1	
		5	（x＝）１，（y＝）□　と解答しているもの。 （□は－１又は５）	1.8	
		6	（x＝）□，（y＝）－３　と解答しているもの。 （□は２又は－７）	0.2	
		7	（x＝）３，（y＝）□　と解答しているもの。 （□は－５又は７）	0.7	
		8	（x＝）－３，（y＝）□　と解答しているもの。 （□は７又は１）	2.0	
		99	上記以外の解答	10.2	
		0	無解答	5.9	

2．分析結果と課題

○　解答類型99の中には、「(x ＝) 5，(y ＝) －9」という解答がみられた。これは、次のように誤った式変形をした生徒がいると考えられる。

$$\begin{cases} 2x+y=1 & \cdots\cdots① \\ -x+y=4 & \cdots\cdots② \end{cases}$$

①＋②より、

$$x=5$$

3．学習指導に当たって

○　連立二元一次方程式を工夫して解くことができるようにする

連立二元一次方程式を解く場面において、二つの文字のうち一方の文字を消去して一元一次方程式に帰着させて解くといった方針に基づいて、加減法や代入法を用いて解くことができるように指導することが大切である。

本問を使って授業を行う際には、加減法や代入法を用いて解き、それぞれの解き方を比較し、立てた方針を振り返る場面を設定することが考えられる。その際、加減法と代入法のどちらも、二つの文字のうち一方の文字を消去して一元一次方程式に変形して解くことから、連立二元一次方程式を解く際には、一元一次方程式に帰着させるという考え方に生徒自らが気付くように工夫し、加減法や代入法の解き方を理解できるようにすることが大切である。さらに、連立二元一次方程式を解いて得られた値が解であるかどうかを確かめたり、誤って変形した例を示し、誤りを指摘し修正したりする場面を設定することが考えられる。

○　連立二元一次方程式を用いて問題解決することを通して、数学を利用することのよさや意義を実感できるようにする

具体的な問題を連立二元一次方程式を活用して解決する際に、問題の中の数量を整理し、その中から二通りに表すことができる数量を見いだして、二つの変数を用いた連立二元一次方程式をつくり、それを解き、求めた解を問題に即して解釈し、問題の答えを求めるといった一連の活動を経験することにより、数学を利用することのよさや意義を実感させることが大切である。

例えば、令和２年度【中学校】数学$\boxed{9}$「連立方程式」で取り上げたように、ボールを投げて得点を競うゲームについて、枠の内側、枠の外側にそれぞれ何回当てたのかを求めるために、連立二元一次方程式をつくる場面を設定することが考えられる。その際、枠の内側に当てた回数を x 回、枠の外側に当てた回数を y 回とし、投げた回数と合計得点の二つの数量に着目し、**得点設定１**をもとに捉えた数量を表や線分図などで表すなどして、連立二元一次方程式をつくることが大切である。さらに、その連立二元一次方程式を解き、枠の内側と枠の外側に当てたそれぞれの回数を求める活動を取り入れることが考えられる。

（参照）

①「令和２年度【中学校】解説資料」pp.42-46
https://www.nier.go.jp/20chousa/pdf/20kaisetsu_chuu_suugaku.pdf#page=46

②「令和２年度【中学校】活用の参考資料」pp.36-41
https://www.nier.go.jp/sankou/r02/data/20m-math.pdf#page=38

①令和２年度【中学校】解説資料

②令和２年度【中学校】活用の参考資料

数学 3 反例

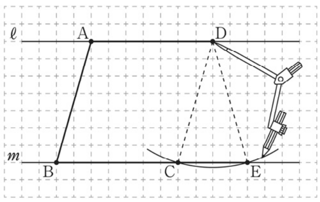
3 優真さんは，次の**予想**がいつでも成り立つかどうかについて考えています。

予想

1組の向かい合う辺が平行で，もう1組の向かい合う辺の長さが等しい四角形ならば，その四角形は平行四辺形である。

上の**予想**がいつでも成り立つかどうかを，図をかいて考えることにしました。下の**図**のように，はじめに，平行な2直線 ℓ，m 上に3点A，B，Dをとり，線分AB，ADをかきました。次に，点Dを中心として，線分ABの長さと等しい半径の円をかいたところ，直線 m と2点C，Eで交わり，平行四辺形になる四角形ABCDと，平行四辺形にならない四角形ABEDの2つがかけました。

図



前ページの**予想**がいつでも成り立つかどうかを示すことについて，正しく述べたものを，下の**ア**から**エ**までの中から1つ選びなさい。

ア **予想**がいつでも成り立つことを示すためには，**図**のように平行四辺形になる四角形ABCDが1つかければよい。

イ **予想**がいつでも成り立つことを示すためには，点A，B，Dの位置を変えて，**図**の平行四辺形ABCDのほかに，平行四辺形になる四角形をかく必要がある。

ウ **予想**がいつでも成り立つとはいえないことを示すためには，**図**のように平行四辺形にならない四角形ABEDが1つかければよい。

エ **予想**がいつでも成り立つとはいえないことを示すためには，点A，B，Dの位置を変えて，**図**の四角形ABEDのほかに，平行四辺形にならない四角形をかく必要がある。

出題の趣旨

命題や推測した事柄について考察する場面において、次のことができるかどうかをみる。
・筋道を立てて考えること
・反例の意味を理解していること

命題や推測した事柄について考察する場面では、命題や事柄が常に成り立つことを説明するだけでなく、常に成り立つとは限らないことも説明できるようにすることが大切である。

本問は、反例の意味を理解しているかどうかをみる問題である。反例は、命題や事柄が常に成り立つとは限らないことを説明する際に必要であることから出題した。

■学習指導要領における領域・内容

〔第２学年〕　Ｂ　図形

(2)　図形の合同について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア　次のような知識及び技能を身に付けること。

（イ）証明の必要性と意味及びその方法について理解すること。

１．解答類型と反応率

問題番号		解　　答　　類　　型		反応率（%）	正答
3		1	**ア**　と解答しているもの。	13.9	
		2	**イ**　と解答しているもの。	27.0	
		3	**ウ**　と解答しているもの。	45.5	◎
		4	**エ**　と解答しているもの。	13.2	
		99	上記以外の解答	0.0	
		0	無解答	0.4	

２．分析結果と課題

○　正答率は 45.5％ であり、反例の意味の理解に課題がある。

○　解答類型４の反応率は 13.2％ である。この中には、**図**のように平行四辺形ではない四角形ＡＢＥＤが１つかけたことから、**予想**が成り立つとはいえないと考え、それを示すために、反例を複数あげる必要があると捉えた生徒がいると考えられる。

○　解答類型１の反応率は 13.9％ である。この中には、**図**のように平行四辺形ＡＢＣＤが１つかけたことから、**予想**がいつでも成り立つと捉えた生徒がいると考えられる。

○　解答類型２の反応率は 27.0％ である。この中には、**図**のように平行四辺形ＡＢＣＤが１つかけたことから、**予想**がいつでも成り立つと考え、さらに点Ａ、Ｂ、Ｄの位置を変えて、**図**の平行四辺形ＡＢＣＤ以外の平行四辺形を見付けることができれば、**予想**がいつでも成り立つことを示すことができると捉えた生徒がいると考えられる。

３．学習指導に当たって

○　反例の意味を理解できるようにする

命題や幾つかの場合から推測した事柄について考察する場面では、命題や事柄が常に成り立つことを説明するだけでなく、常に成り立つとは限らないことも説明できるようにすることが大切である。また、命題が常に成り立つとは限らないことを示すには反例を一つあげればよいことや、反例は命題の仮定を満たしているが、結論を満たしていない例であることを理解できるように指導することも大切である。

本問を使って授業を行う際には、一組の向かい合う辺が平行で、もう一組の向かい合う辺の長さが等しいという条件を満たす四角形を作図し、作図した四角形がいつでも平行四辺形になるかどうかを考察する活動を取り入れることが考えられる。その際、作図した四角形の中には、反例となる四角形（等脚台形）があることに気付き、**予想**が常に成り立つとは限らないことを説明することが考えられる。

○　反例を見いだし用いることで命題が常に成り立つとは限らないことを説明できるようにする

ある事象について予想した事柄が成り立つかどうかを判断するために、仮定を満たすような具体例を幾つかあげ、それらが結論を満たすかどうかを調べる活動を取り入れることが考えられる。その際、事柄が成り立つと考えた場合には根拠を明らかにして説明したり、いつでも成り立つとは限らないと考えた場合には反例をあげて説明したりする活動を取り入れることが大切である。

例えば、第２学年における、数に関する性質を調べるといった学習において、平成26年度【中学校】数学Ｂ$\boxed{2}$「偶数の四則計算」で取り上げたように、「２つの偶数の和は、偶数になる」ことについて説明したあとに、２つの偶数の積に着目し、具体的な幾つかの数についての計算などを通して、２つの偶数の積は常に８の倍数になるかどうかを判断する活動を取り入れることが考えられる。このとき、いろいろな２つの偶数の積を取り上げ、その積の中に８の倍数にならないものを見いだし、反例としてあげることで、この事柄が常に成り立つとは限らないことを説明できるようにすることが大切である。

上記のように、「Ａ数と式」の領域などにおいても、反例をあげて命題が常に成り立つとは限らないことを説明することがあることから、場面に応じて適宜指導することが大切である。

（参照）

①「平成26年度【中学校】解説資料」pp.97-103
https://www.nier.go.jp/14chousa/pdf/14kaisetsu_chuu_suugaku.pdf#page=99

②「平成26年度【中学校】報告書」pp.104-109
https://www.nier.go.jp/14chousakekkahoukoku/report/data/mmath.pdf#page=108

③「平成26年度【中学校】授業アイディア例」pp.17-18
https://www.nier.go.jp/jugyourei/h26/data/m.pdf#page=18

①平成26年度【中学校】解説資料　②平成26年度【中学校】報告書　③平成26年度【中学校】授業アイディア例

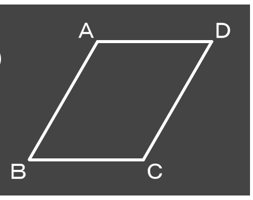
授業アイディア例

平行四辺形になるための条件について考えよう
～反例をあげて、命題が常に成り立つとは限らないことを説明する～

　前の時間までに、平行四辺形になるための条件について調べてきました。本時は、向かい合う辺に着目して、この他にも平行四辺形になるための条件があるかどうか考えます。

１．向かい合う辺に着目して、平行四辺形になるための条件を振り返る。

平行四辺形になるための条件
①２組の向かい合う辺がそれぞれが平行である。（定義）
②２組の向かい合う辺がそれぞれ等しい。
③２組の向かい合う角がそれぞれ等しい。
④対角線がそれぞれの中点で交わる。
⑤１組の向かい合う辺が平行で、その長さが等しい。

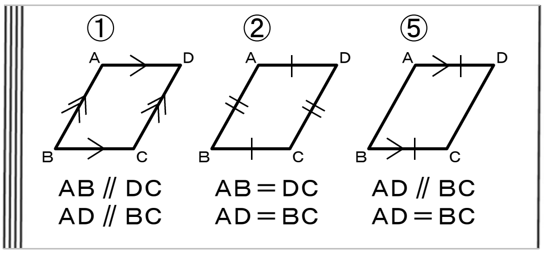


前の時間までに、平行四辺形になるための条件を調べてきました。
平行四辺形になるための条件の中で、向かい合う辺に着目したものは何ですか。

①、②、⑤です。

①、②、⑤について、記号を使って表してみましょう。

①はAB∥DC、AD∥BC、
②はAB＝DC、AD＝BC、
⑤はAD∥BC、AD＝BCです。

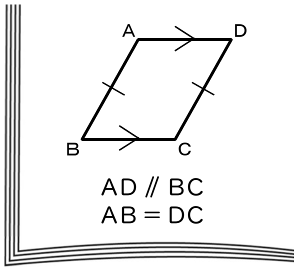


①、②、⑤の他に、向かい合う辺に着目した平行四辺形になるための条件は考えられないでしょうか。

Ｉ組の向かい合う辺が平行で、もうＩ組の向かい合う辺の長さが等しいときは調べていないよ。

四角形ABCDでいうと、ADとBCが平行で、ABとDCの長さを等しくすれば、平行四辺形になるということかな。

この条件でかいてみよう。

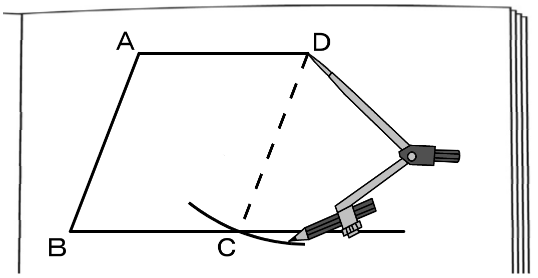


２．見いだした事柄が常に成り立つかどうか図をかいて調べる。

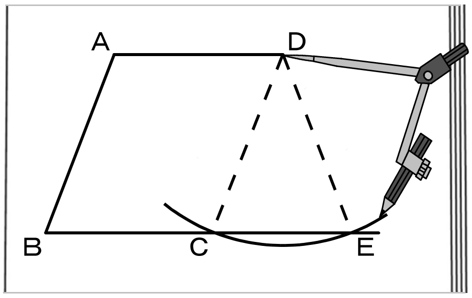
それでは、四角形ABCDで、AD∥BC、AB＝DCとなるように、図をかいてみましょう。平行四辺形はできるでしょうか。

ポイント

平行四辺形がかけました。



平行四辺形にならない四角形もかけました。これは台形かな。



ＡＢの長さと同じ長さを取って、点Ｄを中心にコンパスでかくと、平行四辺形になるものとならないものができたよ。

平行四辺形がかけたから、「１組の向かい合う辺が平行で、もう１組の向かい合う辺の長さが等しい」は、平行四辺形になるための条件でいいんじゃないかな。

「１組の向かい合う辺が平行で、もう１組の向かい合う辺の長さが等しい四角形ならば、平行四辺形になる。」ということは、いつでも成り立つといってよいですか。

いつでも平行四辺形になるかどうかは、点Ａ、Ｂ、Ｄの位置を変えて他にも平行四辺形ができるかどうか確かめてみる必要があるよ。

幾つか調べただけでは、いつでも成り立つとはいえないから、証明しなければならないんじゃないかな。

でも、いつでも成り立つのかな。この条件でかいたら、平行四辺形にならない四角形もかけたよ。

それって、反例のことだね。

３．反例の必要性や意味を確認し、事柄が常に成り立つとはいえないことを説明する。

反例とはどういうことでしたか。

仮定を満たしているけれど、結論を満たしていない例です。ここでは、１組の向かい合う辺が平行で、もう１組の向かい合う辺の長さが等しいけれど、平行四辺形にならないという例です。

反例をあげることで、どんなことがいえますか。

反例をただ１つあげることで、事柄がいつでも成り立つとは限らないことを示すことができます。

平行四辺形になるための条件について考えてきました。明らかになったことを、まとめましょう。

ポイント

反例を１つあげることで、「１組の向かい合う辺が平行で、もう１組の向かい合う辺の長さが等しい四角形ならば、平行四辺形になる。」は、平行四辺形になるための条件ではないということが分かりました。

本授業アイディア例　活用のポイント！

- 推測した事柄について考察する場面で、事柄の理解を深めたり反例を見付けたりするために、仮定に当てはまる図をかいたり、具体的な数をあげたりする場面を設定することが大切である。
- 事柄が常に成り立つとは限らないことを説明する場面を設定し、反例の必要性や意味を確認するとともに、反例のよさを実感できるようにすることが大切である。

数学4　変化の割合

4 下の**ア**から**エ**までの表は，y が x の一次関数である関係を表しています。この中から，変化の割合が２であるものを１つ選びなさい。

ア

x	$\cdots$	-6	-4	-2	0	2	4	6	$\cdots$
y	$\cdots$	-11	-7	-3	1	5	9	13	$\cdots$

イ

x	$\cdots$	-6	-4	-2	0	2	4	6	$\cdots$
y	$\cdots$	-5	-3	-1	1	3	5	7	$\cdots$

ウ

x	$\cdots$	-6	-4	-2	0	2	4	6	$\cdots$
y	$\cdots$	-2	-1	0	1	2	3	4	$\cdots$

エ

x	$\cdots$	-6	-4	-2	0	2	4	6	$\cdots$
y	$\cdots$	-7	-4	-1	2	5	8	11	$\cdots$

出題の趣旨

関数を用いて事象を捉え考察する場面において必要となる、次のことができるかどうかをみる。
・事象の特徴を的確に捉えること
・一次関数の変化の割合の意味を理解していること

関数を用いて事象を捉え考察する場面では、具体的な事象の中から伴って変わる二つの数量を取り出して、その変化や対応の様子に着目して関数関係を見いだし、その関数の特徴を調べるために、変化の割合を求めることが大切である。

本問は、一次関数の変化の割合の意味を理解しているかどうかをみる問題である。一次関数の変化の割合は、一次関数の変化の仕方について明確に捉える際に必要であることから出題した。

■学習指導要領における領域・内容

〔第２学年〕　C　関数

(1)　一次関数について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア　次のような知識及び技能を身に付けること。

（ア）一次関数について理解すること。

１．解答類型と反応率

問題番号			解　　答　　類　　型	反応率（%）	正答
4		1	**ア**　　と解答しているもの。	38.7	◎
		2	**イ**　　と解答しているもの。	31.9	
		3	**ウ**　　と解答しているもの。	16.8	
		4	**エ**　　と解答しているもの。	12.0	
		99	上記以外の解答	0.2	
		0	無解答	0.4	

２．分析結果と課題

○　解答類型２の反応率は 31.9% である。この中には、表の隣り合う二つの y の値に着目し、その差が２であることから、その２を変化の割合と捉えた生徒がいると考えられる。

○　解答類型３の反応率は 16.8% である。この中には、変化の割合を、$\dfrac{x\text{の増加量}}{y\text{の増加量}}$ と捉えた生徒がいると考えられる。

○　解答類型４の反応率は 12.0% である。この中には、$x=0$ のとき、$y=2$ であることから、その y の値の２を変化の割合と捉えた生徒がいると考えられる。

○　平成29年度【中学校】数学Ａ11(2)（正答率56.4%）で類題を出題している。「平成29年度【中学校】報告書」において、「与えられた一次関数の表において、変化の割合の意味の理解に課題がある」と分析している。これに関連して本問では、「変化の割合が２である一次関数の関係を表した表を選ぶ」問題を出題した（正答率38.7%）。今回の結果から、変化の割合の意味の理解について引き続き課題がある。

4

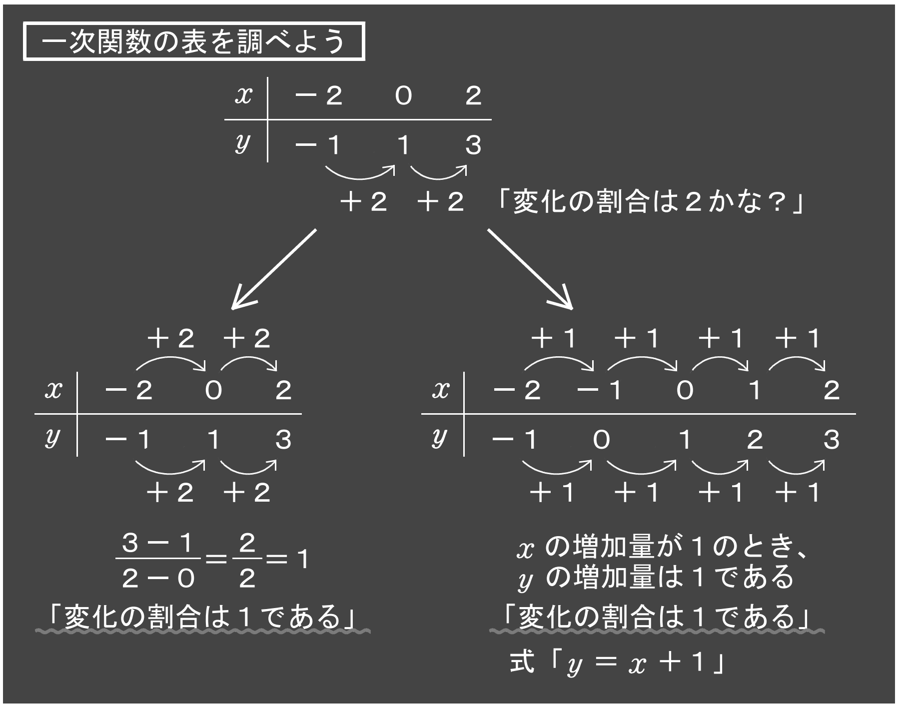
３．学習指導に当たって

○　一次関数の変化の割合の意味を理解し、それを求めることができるようにする

伴って変わる二つの数量 x、y の変化の様子を表から読み取り、一次関数 $y = ax + b$ の変化の割合を求めることができるように指導することが大切である。その際、x、y の増加量やその割合を調べる活動を通して、変化の割合の意味を理解できるようにすることが大切である。

本問を使って授業を行う際には、伴って変わる二つの数量 x、y の変化の特徴を捉えるために、x と y の表から一次関数 $y = ax + b$ の変化の割合を求める場面を設定することが考えられる。その際、下の**変化の割合について調べたこと**にある、y が x の一次関数を表している x と y の表を示し、表から変化の割合を２と捉えてしまった例を取り上げることが考えられる。変化の割合は x の増加量に対する y の増加量の割合であり、$\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ で求められることや、変化の割合は x の増加量が１のときの y の増加量であることを捉えることができるようにすることが大切である。

変化の割合について調べたこと



○　具体的な事象について、伴って変わる二つの数量 x、y の変化や対応を捉え、それらの関係を数学的に表現することができるようにする

一次関数の特徴を見いだし考察する際に、その一次関数の関係を表、式、グラフを用いて表現することができるように指導することが大切である。

例えば、令和３年度【中学校】数学[7]「砂時計」で取り上げたように、砂の重さ x（g）と砂が落ちきるまでの時間 y（秒）の関係について考察し、２分をはかるために必要な砂の重さを調べる活動を設定することが考えられる。その際、x と y の表について、x の増加量が 25 のときの y の増加量はそれぞれ 11.9 、12.3 、11.8 、12.3 であることから、およそ 12 であることが分かる。このことから、x の増加量が 25 のときの y の増加量を 12 とみて、y は x の一次関数であるとみなし、２分をはかるために必要な砂の重さを予測することができる。

その上で、求めた変化の割合を基にして $y = 0.48x$ と式に表したり、必要に応じてグラフを作成したりするなど、数学的に表現できるようにすることが大切である。

+25　+25　+25　+25

砂の重さ x（g）	0	25	50	75	100
砂が落ちきるまでの時間 y（秒）	0	11.9	24.2	36.0	48.3

+11.9　+12.3　+11.8　+12.3

およそ 12 ずつ増えている。

なお、変化の割合を指導する際には、形式的に変化の割合を計算して求めることに偏らないようにするとともに、変化の割合を事象の考察やその表現に適切に用いることができるようにすることが大切である。

（参照）

①「令和３年度【中学校】解説資料」pp. 34-39
https://www.nier.go.jp/21chousa/pdf/21kaisetsu_chuu_suugaku.pdf#page=38

②「令和３年度【中学校】報告書」pp. 43-49
https://www.nier.go.jp/21chousakekkahoukoku/report/data/21mmath.pdf#page=47

③「令和３年度【中学校】授業アイディア例」pp. 11-12
https://www.nier.go.jp/jugyourei/r03/data/21m.pdf#page=12

①令和３年度【中学校】解説資料　②令和３年度【中学校】報告書　③令和３年度【中学校】授業アイディア例

数学5　確率

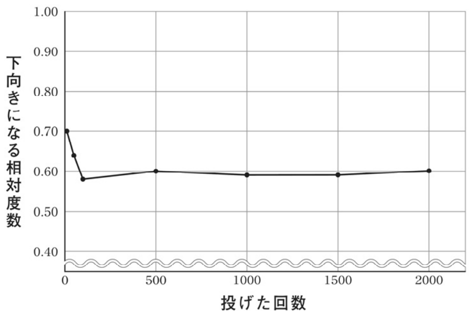
5　右の図はある容器のふたです。このふたを多数回くり返し投げたとき，どのくらいの割合で下向きになるかを調べました。

次の表は，このふたを投げたときの下向きになった回数を記録し，下向きになる相対度数を求め，小数第３位を四捨五入してまとめたものです。

上向き　下向き

投げた回数	下向きになった回数	下向きになる相対度数
10	7	0.70
50	32	0.64
100	58	0.58
500	299	0.60
1000	589	0.59
1500	889	0.59
2000	1190	0.60

この表をもとに，下向きになる相対度数について次の折れ線グラフに表しました。



前ページの表や折れ線グラフから，下向きになる確率がどのくらいであるかがいえます。その確率として正しいものを，下の**ア**から**エ**までの中から１つ選びなさい。

ア　およそ0.5　　**イ**　およそ0.6

ウ　およそ0.7　　**エ**　およそ1.0

出題の趣旨

確率を用いて不確定な事象を捉え考察する場面において、次のことができるかどうかをみる。
・事象に即して解釈したことを数学的に表現すること
・多数の観察や多数回の試行によって得られる確率の意味を理解していること

不確定な事象を捉え考察する場面では、不確定な事象の起こりやすさの傾向を確率を用いて考察することが大切である。

本問は、多数の観察や多数回の試行によって得られる確率の意味を理解しているかどうかをみる問題である。確率の意味を理解することは、不確定な事象の起こりやすさの傾向を読み取る際に必要であることから出題した。

■学習指導要領における領域・内容

〔第１学年〕　Ｄ　データの活用

(2)　不確定な事象の起こりやすさについて、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア　次のような知識及び技能を身に付けること。

（ア）多数の観察や多数回の試行によって得られる確率の必要性と意味を理解すること。

１．解答類型と反応率

問題番号			解　答　類　型	反応率（%）	正答
5		1	**ア**　　と解答しているもの。	6.0	
		2	**イ**　　と解答しているもの。	83.6	◎
		3	**ウ**　　と解答しているもの。	6.9	
		4	**エ**　　と解答しているもの。	3.2	
		99	上記以外の解答	0.0	
		0	無解答	0.3	

２．分析結果と課題

○　解答類型１の中には、上向きになる確率と下向きになる確率が等しいと捉えた生徒がいると考えられる。

○　解答類型３の中には、投げた回数が10回のときの下向きになる相対度数を根拠にして、ある容器のふたが下向きになる確率を判断した生徒がいると考えられる。

○　平成26年度【中学校】数学Ａ14(1)（正答率77.0%）で類題を出題している。これに関連して本問では、「多数の観察や多数回の試行によって得られる確率の意味を理解していること」をみる問題を出題した（正答率83.6%）。今回の結果から、改善の傾向がみられる。

３．学習指導に当たって

○　多数の観察や多数回の試行によって得られる確率の必要性と意味を理解できるようにする

多数回の試行における結果から得られた相対度数は、一定の値に近づいていくことを実感を伴って理解できるように指導することが大切である。その際、起こりやすさの程度を数値で表現し、把握することができるといった確率の必要性について理解することも大切である。

本問を使って授業を行う際には、ある容器のふたを多数回投げて、ふたが下向きになる相対度数を調べる活動を設定することが考えられる。その際、試行回数と相対度数の関係を表やグラフにまとめることが大切である。その上で、ふたが下向きになる相対度数が、試行回数が多くなるにつれて一定の値に近づくことを、実感を伴って理解できるようにすることが大切である。なお、試行回数と相対度数の関係を表やグラフにまとめる際には、コンピュータなどを利用してデータを整理することが考えられる。

投げた回数と下向きになる相対度数をまとめた表

ファイル　ホーム　挿入　ページレイアウト　数式　データ　校閲　表示

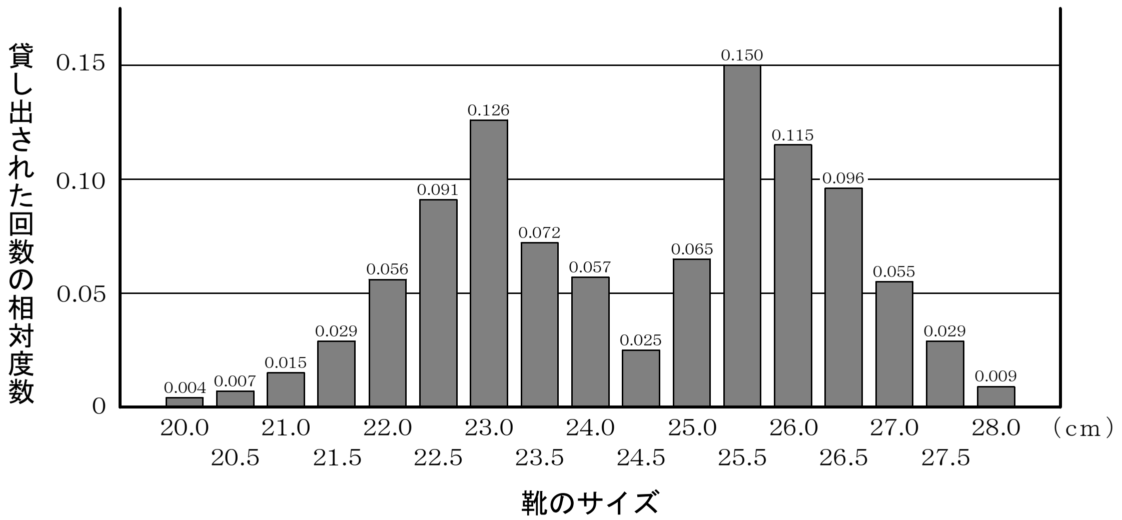
	A	B	C
1	投げた回数	下向きになった回数	下向きになる相対度数
2	10	7	0.70
3	50	32	0.64
4	100	58	0.58
5	500	299	0.60
6	1000	589	0.59
7	1500	889	0.59
8	2000	1190	0.60

○　多数の観察や多数回の試行の結果を基にして、不確定な事象の起こりやすさの傾向を読み取り表現することができるようにする

多数の観察や多数回の試行の結果を基に不確定な事象について考察する際に、相対度数を確率とみなして用いることができるように指導することが大切である。

例えば、平成28年度【中学校】数学Ｂ$\boxed{5}$「貸し出し用の靴」で取り上げたように、あるボウリング場において、貸し出し用の靴を全て買い替えるときに、どのサイズの靴を何足買えばよいかについて判断する場面を設定することが考えられる。その際、過去１か月間に貸し出された靴の回数のデータを基に、各サイズの相対度数を求め、各サイズの購入足数を決定する際の根拠にすることが考えられる。ここで、過去１か月間のデータにおける相対度数は確率であるとはいえないが、過去のデータから起こりやすさの傾向を予測するために、相対度数を確率とみなして事象を考察したり、判断したりすることができることを理解することが大切である。

靴のサイズと貸し出された回数の相対度数を表したグラフ



(参照)

①「平成28年度【中学校】解説資料」pp. 110-114
https://www.nier.go.jp/16chousa/pdf/16kaisetsu_chuu_suugaku.pdf#page=114

②「平成28年度【中学校】報告書」pp. 126-130
https://www.nier.go.jp/16chousakekkahoukoku/report/data/16mmath.pdf#page=130

③「平成28年度【中学校】授業アイディア例」pp. 11-12
https://www.nier.go.jp/jugyourei/h28/data/16m.pdf#page=12

①平成28年度【中学校】解説資料　②平成28年度【中学校】報告書　③平成28年度【中学校】授業アイディア例

数学6　構想を立てて説明し、統合的・発展的に考察すること（２つの偶数の和）

6　康太さんは，２つの偶数（ぐうすう）の和がどのような場合に４の倍数になるかを調べています。

$2+2=4$　　$4+2=6$　　$6+2=8$
$2+4=6$　　$4+4=8$　　$6+4=10$
$2+6=8$　　$4+6=10$　　$6+6=12$

$2+2=4$，$4+4=8$，$6+6=12$ のように，同じ２つの偶数の場合，２つの偶数の和が４の倍数になっていることから，康太さんは次のように予想しました。

$4=4\times 1$
$8=4\times 2$
$12=4\times 3$
３つとも４の倍数になっているね。

予想１

同じ２つの偶数の和は，４の倍数になる。

上の**予想１**がいつでも成り立つことは，次のように説明できます。

説明１

n を整数とすると，偶数は $2n$ と表される。
同じ２つの偶数の和は，
$2n+2n=4n$
n は整数だから，$4n$ は４の倍数である。
したがって，同じ２つの偶数の和は，４の倍数になる。

次の（１）から（３）までの各問いに答えなさい。

（１）前ページの**説明１**では，n を整数として，同じ２つの偶数の和を $2n+2n=4n$ と表しています。この式は n の値が９のとき，どのような２つの偶数の和を表していますか。「$8+8=16$」，「$14+14=28$」のように書きなさい。

（２）康太さんは，$2+6=8$ のように，同じ２つの偶数の和のほかにも，４の倍数になることがあることから，さらにくわしく調べてみました。

$2+6=8=4\times 2$
$6+2=8=4\times 2$
$10+14=24=4\times 6$
$28+32=60=4\times 15$

そして，次のように予想しました。

予想２

差が４である２つの偶数の和は，４の倍数になる。

２＋６と６＋２は同じとみていいから，
(小さい方の偶数)＋(大きい方の偶数)
について説明すればいいね。

上の**予想２**がいつでも成り立つことを説明します。下の**説明２**を完成しなさい。

説明２

n を整数とすると，差が４である２つの偶数のうち，
小さい方の偶数は $2n$，大きい方の偶数は $2n+4$ と表される。
それらの和は，

$2n+(2n+4)$
$=$

（３）同じ２つの偶数の和や，差が４である２つの偶数の和のほかにも，２つの偶数の和がいつでも４の倍数になることがあります。どのような２つの偶数のとき，その２つの偶数の和が４の倍数になりますか。前ページの**予想２**のように，「～～は，……になる。」という形で書きなさい。

出題の趣旨

　事象を数学的に考察する場面において、次のことができるかどうかをみる。
・事象の特徴を的確に捉えること
・筋道を立てて考え、事柄が成り立つ理由を説明すること
・統合的・発展的に考え、事柄の特徴を数学的な表現を用いて説明すること

　数に関する事象を考察する場面では、成り立ちそうな事柄を予想し、予想を確かめ、事柄が成り立つ理由について筋道を立てて考え説明すること、さらに、問題の条件を変えるなどして、統合的・発展的に考察することが大切である。

　本問では、２つの偶数の和がどのような場合に４の倍数になるかを考察する場面を取り上げた。具体的には、同じ２つの偶数の和が４の倍数になることの説明を振り返り、具体的な数を用いて確かめる状況を設けた。さらに、差が４である２つの偶数の和について予想した事柄が成り立つことを確かめ、文字を用いた式を使って説明する状況を設けた。また、同じ２つの偶数の和や、差が４である２つの偶数の和以外に、どのような２つの偶数の和が４の倍数になるかを見いだし、数学的に表現する文脈を設定した。

6

設問（1）

趣旨

問題場面における考察の対象を明確に捉えることができるかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第２学年〕　A　数と式

(1)　文字を用いた式について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア　次のような知識及び技能を身に付けること。

（イ）具体的な事象の中の数量の関係を文字を用いた式で表したり、式の意味を読み取ったりすること。

１．解答類型と反応率

問題番号			解　答　類　型	反応率（%）	正答
6	(1)	1	18＋18＝36　と解答しているもの。	74.0	◎
		2	上記１について、左辺を２×９＋２×９と解答しているもの、又は、右辺を４×９と解答しているもの。	0.4	◎
		3	18＋18　又は　２×９＋２×９　と解答しているもの。	0.1	
		4	36　又は　４×９　と解答しているもの。	0.1	
		5	９＋９＝18　と解答しているもの。	8.1	
		99	上記以外の解答	11.6	
		0	無解答	5.8	
			正答率	74.4	

２．分析結果と課題

○　解答類型５の反応率は 8.1％ である。このように解答した生徒は、$n＝9$ のとき ９＋９＝18 になると捉えたと考えられる。

○　解答類型99の中には、「$9n＋9n＝18n$」という解答がみられた。これは、「$2n＋2n＝4n$」の左辺に $n＝9$ を代入しようとしたが、$9n＋9n$ と記述し、その計算をした生徒がいると考えられる。

３．学習指導に当たって

○　予想した事柄が成り立つことの説明を振り返り、文字を用いた式がどのような事柄を表しているかを確認できるようにする

問題場面における考察の対象を明確に捉えることができるようにするために、予想した事柄が成り立つことの説明を振り返り、文字を用いた式と具体的な数を用いた式とを相互に関連付けながら、文字を用いた式がどのような事柄を表しているのかを理解できるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、**説明１**を振り返り、文字を用いた式 $2n+2n=4n$ を取り上げ、$n=9$ を代入した式「$2\times9+2\times9=4\times9$」や、「$18+18=36$」と対比させることで、$2n+2n$ が同じ２つの偶数の和を表していることや、$4n$ が４の倍数になることを理解できるようにすることが大切である。

設問（２）

趣旨

目的に応じて式を変形したり、その意味を読み取ったりして、事柄が成り立つ理由を説明することができるかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第２学年〕　A　数と式

(1)　文字を用いた式について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

イ　次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

（イ）文字を用いた式を具体的な場面で活用すること。

１．解答類型と反応率

問題番号		解答類型	反応率（%）	正答
6	(2)	（正答の条件） ＜４（n＋１）と計算している場合＞ 次の(a)、(b)について記述している。 (a)　n＋１ は整数だから、 (b)　４（n＋１）は４の倍数である。 ＜４n＋４ と計算している場合＞ 次の(c)、(d)について記述している。 (c)　４n、４が４の倍数で、４の倍数の和は４の倍数だから、 (d)　４n＋４ は４の倍数である。 （正答例） ・　４（n＋１） n＋１ は整数だから、４（n＋１）は４の倍数である。 したがって、差が４である２つの偶数の和は、４の倍数になる。 （解答類型１） ・　４n＋４ ４n、４が４の倍数で、４の倍数の和は４の倍数だから、４n ＋４ は４の倍数である。 したがって、差が４である２つの偶数の和は、４の倍数になる。 （解答類型６）		

		1	4（n＋1）	(a)、(b)について記述しているもの。	20.0	◎
		2		(a)のみを記述しているもの。 （正答例） ・　4（n＋1） 　n＋1 は整数だから。	0.1	○
		3		(b)のみを記述しているもの。 （正答例） ・　4（n＋1） 　よって、4（n＋1）は4の倍数である。	7.6	○
		4		(a)、(b)について記述していないもの。 （正答例） ・　4（n＋1）	1.2	○
		5		(a)、(b)のいずれかの記述に誤りがあるもの。	0.0	
		6	4n＋4	(c)、(d)について記述しているもの。	2.0	◎
		7		(c)のみを記述しているもの。 （正答例） ・　4n＋4 　4n、4が4の倍数だから。	0.1	○
		8		(d)のみを記述しているもの。 （正答例） ・　4n＋4 　よって、4n＋4 は4の倍数である。	18.6	○
		9		(c)、(d)について記述していないもの。	7.6	
		10		(c)、(d)のいずれかの記述に誤りがあるもの。	0.0	
		11	4×□ の□に（n＋1）以外の文字を用いた多項式又は単項式を入れて記述しているもの。		3.9	
		99	上記以外の解答		19.4	
		0	無解答		19.6	
				正答率	49.5	

２．分析結果と課題

○　解答類型99の具体的な例としては、以下のようなものがある。

（例）

・　$2n+(2n+4)$
$=2n+6n$
$=8n$

・　$2n+(2n+4)$
$=4n^2+8n$

このように記述した生徒は、差が４である２つの偶数の和を表した式である、$2n+(2n+4)$ を正しく計算することができなかったと考えられる。

○　これまで、本調査においては、下記の表のように、「筋道を立てて考え、事柄が成り立つ理由を説明すること」に関する出題をしてきた（「令和４年度【中学校】解説資料」p.30）。例えば、平成31（令和元）年度【中学校】数学 9 (2)（正答率60.3%）で類題を出題している。「平成31（令和元）年度【中学校】報告書」において、「筋道を立てて考え、事柄が成り立つ理由を説明すること」に課題があると分析している。これに関連して本設問では「差が４である２つの偶数の和が、４の倍数になることの説明を完成すること」をみる問題を出題した（正答率49.5%）。今回の結果から、目的に応じて式を変形したり、その意味を読み取ったりして、事柄が成り立つ理由を説明することに、引き続き課題がある。

問題番号	問題の概要	正答率
H19B 2 (2)	連続する５つの自然数の和が５の倍数になることを説明する	42.5%
H22B 2 (2)	連続する３つの奇数の和が３の倍数になることを説明する	26.4%
H24B 2 (1)	連続する３つの自然数の和が３の倍数になることを説明する	38.8%
H27B 2 (2)	連続する３つの整数の和が中央の整数の３倍になることの説明を完成する	44.2%
H31 9 (2)	連続する５つの奇数の和が中央の整数の５倍になることの説明を完成する	60.3%
R４ 6 (2)	差が４である２つの偶数の和が、４の倍数になることの説明を完成する	49.5%

３．学習指導に当たって

○　事柄が成り立つ理由を、構想を立て、根拠を明確にして説明できるようにする

事柄が一般的に成り立つ理由を、構想を立てて説明する場面を設定し、文字式や言葉を用いて根拠を明らかにできるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、予想した事柄である「差が４である２つの偶数の和は、４の倍数になる。」が成り立つことを説明するために、差が４である２つの偶数の和を表した式を「４×(整数)」の形にすればよいという見通しをもって、式を変形できるようにすることが大切である。その際、$2n+(2n+4)$ の式を計算し、$4n+4$ と表現した状態にとどまっているものを取り上げ、この式を用いて４の倍数になることを示すためには、「４×(整数)」という形の式で表せばよいことを確認し、$4n+4$ を $4(n+1)$ と変形できるようにするなど、説明を洗練させていく活動を取り入れることも大切である。

なお、差が４である２つの偶数について文字を用いて式に表す際には、n を整数としたとき、一方の偶数は $2n$ と表すことができるが、もう一方の偶数はどのように表すことができるかを話し合ったり、説明し合ったりする場面を取り入れることが考えられる。

設問（３）

趣旨

結論が成り立つための前提を考え、新たな事柄を見いだし、説明することができるかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第２学年〕　Ａ　数と式

(1)　文字を用いた式について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

イ　次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

（イ）文字を用いた式を具体的な場面で活用すること。

１．解答類型と反応率

問題番号		解答類型	反応率（%）	正答
6	(3)	（正答の条件） 「○○は、◇◇になる。」という形で、次の(a)、(c)又は(b)、(c)について記述しているもの。 (a)　○○が、「差が４の倍数である２つの偶数の和」である。 (b)　○○が、「差が８である２つの偶数の和」である。 (c)　◇◇が、「４の倍数」である。		
		（正答例） ・　差が４の倍数である２つの偶数の和は、４の倍数になる。（解答類型１） ・　差が８である２つの偶数の和は、４の倍数になる。（解答類型４） ・　差が 12 である２つの偶数の和は、４の倍数になる。（解答類型７） ・　２つの数がどちらも４の倍数である２つの偶数の和は、４の倍数になる。（解答類型10）		

		1	(a)、(c)について記述しているもの。	2.6	◎
		2	上記１について、(a)についての記述が十分でなく、(c)について記述しているもの。 （正答例） ・　差が４の倍数の和は、４の倍数になる。	0.2	○
		3	(a)のみを記述しているもの。((a)についての記述が十分でないものを含む。)	0.0	
		4	(b)、(c)について記述しているもの。	26.5	◎
		5	上記４について、(b)についての記述が十分でなく、(c)について記述しているもの。 （正答例） ・　差が８の和は、４の倍数になる。	1.1	○
		6	(b)のみを記述しているもの。((b)についての記述が十分でないものを含む。)	0.5	
		7	上記４、５について、差が８以外の具体的な４の倍数になる２つの偶数の和について記述しているもの。	1.6	◎
		8	上記７について、差が８以外の具体的な４の倍数になる２つの偶数の和についての記述が十分でなく、(c)について記述しているもの。 （正答例） ・　差が 12 の和は、４の倍数になる。	0.1	○
		9	差が８以外の具体的な４の倍数になる２つの偶数の和のみを記述しているもの。（差が８以外の具体的な４の倍数の和についての記述が十分でないものを含む。）	0.0	
		10	上記１、２、４、５、７、８以外で、和が４の倍数になる２つの偶数について記述し、(c)について記述しているもの。	5.4	◎
		11	上記10について、和が４の倍数になる２つの偶数についての記述が十分でないが、(c)について記述しているもの。 （正答例） ・　４の倍数の和は、４の倍数になる。	0.9	○
		12	上記10、11について、(c)についての記述がないもの。（和が４の倍数になる２つの偶数についての記述が十分でないものを含む。）	0.0	
		99	上記以外の解答	35.4	
		0	無解答	25.8	
			正答率	38.2	

２．分析結果と課題

○　解答類型99の具体的な例としては、以下のようなものがある。

（例）
・　差が２である２つの偶数の和は、４の倍数になる。

・　差が10である２つの偶数の和は、４の倍数になる。

このように記述した生徒は、２つの偶数の差に着目したが、４の倍数になるような２つの偶数の差を見いだして説明することができなかったと考えられる。

また、以下のようなものがある。

（例）
・　２つの偶数の和は、４の倍数になる。

・　積が４の倍数である２つの偶数の和は、４の倍数になる。

このように記述した生徒は、どのような２つの偶数の和が４の倍数になるかを求めようとしたが、和が４の倍数になる２つの偶数の特徴について見いだすことができなかったと考えられる。

3．学習指導に当たって

○　結論が成り立つための前提を捉え、見いだした事柄を数学的に表現できるようにする

与えられた事柄や予想した事柄が成り立つかどうかを、具体例をあげて調べる活動を通して、結論が成り立つための前提を捉え、見いだした事柄を数学的に表現できるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、「差が４である２つの偶数の和は、４の倍数になる。」ことから、他にはどのような２つの偶数であれば、その和が４の倍数となるか説明する活動を取り入れることが考えられる。その際、成り立つ事柄を予想するために、具体的な数を用いて和が４の倍数になる２つの偶数について取り上げ、その２つの偶数にどんな特徴があるのかについて話し合う場面を設定することが考えられる。このように、結論が成り立つための前提を捉えることができるようにすることが大切である。

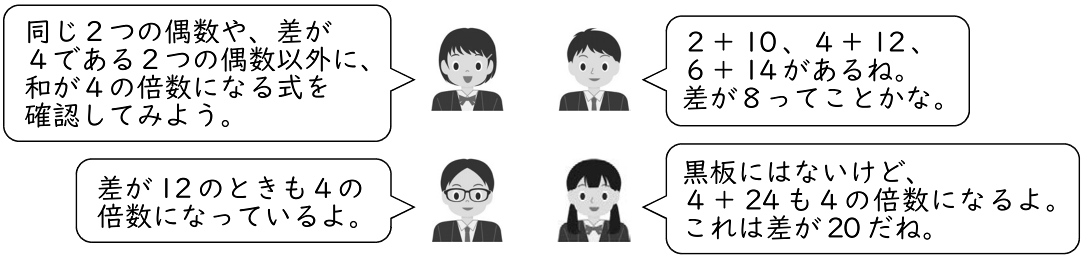
具体的な数を用いて調べる活動（例）

２＋２＝４	４＋４＝８	６＋６＝12	→ 同じ２つの偶数の和は、４の倍数になる。
２＋４＝６	４＋６＝10	６＋８＝14	
２＋６＝８	４＋８＝12	６＋10＝16	→ 差が４である２つの偶数の和は、４の倍数になる。
２＋８＝10	４＋10＝14	６＋12＝18	
２＋10＝12	４＋12＝16	６＋14＝20	○をつけたものには何か決まりがあるかな？
２＋12＝14	４＋14＝18	６＋16＝22	
２＋14＝16	４＋16＝20	６＋18＝24	
⋮	⋮	⋮	

２＋10＝12
４＋12＝16
６＋14＝20
→ 差が ８ である２つの偶数？

２＋14＝16 → 差が 12 である２つの偶数？

差が４の倍数になればよいということ！？



このような活動を通して、結論「４の倍数になる」が成り立つための前提となる２つの偶数を考え、例えば、「差が８である２つの偶数の和は、４の倍数になる。」や「差が４の倍数である２つの偶数の和は、４の倍数になる。」などと見いだした事柄を数学的に表現できるようにすることが大切である。

本問全体の学習指導に当たって

○　統合的・発展的に考察することができるようにする

数学の事象から問題を見いだし、数学的な推論などによって問題を解決し、解決の過程や結果を振り返って、数量や図形などの性質を見いだし統合的・発展的に考察できるようにすることが大切である。

例えば、「同じ２つの偶数の和は、４の倍数になる。」の前提を変えて、「異なる２つの偶数の和の場合も、４の倍数になるのではないか。」と予想したり、「差が４である２つの偶数の和は、４の倍数になる。」の前提を変えて、「差が４の倍数である２つの偶数の和は、４の倍数になるのではないか。」と予想したりすることが大切である。こうして得られた予想に対して、具体例をあげて調べたり、既に正しいと認めた文字式を用いた説明を読んで考えたりする場面を設定することが考えられる。具体的には、その説明の中に現れる２つの偶数の和が「$2n+2n=4n$」、「$2n+(2n+4)=4(n+1)$」となることから「$2n+(2n+\triangle)=4(n+\square)$」と変形できればよいという見通しをもち、結論を成り立たせる２つの偶数の条件について考察することが考えられる。このように、結論「４の倍数になる」が成り立つための前提条件を、２つの偶数の和を表す式が「４×(整数)」の形に変形できればよいという見通しをもって調べる活動を取り入れることが考えられる。さらに、最初に考えていた同じ２つの偶数の場合を、差が０である２つの偶数の場合と解釈し直すことも大切である。

このような活動を通して、一旦解決された問題やその解決過程を振り返り、問題の条件や仮定を見直したり、共通する性質を見いだしたりして、統合的・発展的に考察することができるようにすることが大切である。

授業アイディア例

２つの偶数の和が４の倍数になる条件を見いだそう
～説明を振り返り、統合的・発展的に考察する～

前の時間では「同じ２つの偶数の和は、４の倍数になる。」ことや「差が４である２つの偶数の和は、４の倍数になる。」ことを文字式を使って説明しました。この他にも、２つの偶数の和が４の倍数になるときはありますか。

１．差に着目して、２つの偶数の和の持つ性質を調べる。

２＋２＝４	４＋４＝８	６＋６＝12
２＋４＝６	４＋６＝10	６＋８＝14
２＋６＝８	４＋８＝12	６＋10＝16
２＋８＝10	４＋10＝14	６＋12＝18
２＋10＝12	４＋12＝16	６＋14＝20
２＋12＝14	４＋14＝18	６＋16＝22
２＋14＝16	４＋16＝20	６＋18＝24

予想
「差が４である２つの偶数の和は、４の倍数になる。」

nを整数とすると、差が４である２つの偶数は $2n$、$2n+4$ と表される。
それらの和は、
$2n+(2n+4)$
$=4n+4$
$=4(n+1)$
$n+1$ は整数だから、$4(n+1)$ は４の倍数である。
したがって、差が４である２つの偶数の和は、４の倍数になる。

分かったこと
「同じ２つの偶数の和は、４の倍数になる。」
「差が４である２つの偶数の和は、４の倍数になる。」

「同じ２つの偶数の和や、差が４である２つの偶数の和は、４の倍数になる。」ということが分かりました。このほかにも、２つの偶数の和が４の倍数になるときはありますか。

ポイント

差が２や６や10である２つの偶数の和は、４の倍数にはなっていないね。

差が８である２つの偶数の和は、12、16、20で、どれも４の倍数になりそうだよ。

「差が８である２つの偶数の和は、４の倍数になる。」ということがいえそうですね。「差が４である２つの偶数の和は、４の倍数になる。」ことの説明を振り返り、どの部分を変えれば、「差が８である２つの偶数の和は、４の倍数になる。」の説明になるといえますか。

ポイント

nを整数とすると、差が８である２つの偶数は $2n$、$2n+8$ と表される。
それらの和は、
$2n+(2n+8)$
$=4n+8$
$=4(n+2)$
$n+2$ は整数だから、$4(n+2)$ は４の倍数である。
したがって、差が８である２つの偶数の和は、４の倍数になる。

差が４の２つの偶数のときには、$2n$、$2n+4$ だったので、差が８の２つの偶数のときには、$2n$、$2n+8$ と変えると、説明ができると思います。

差が４の２つの偶数の和は $4(n+1)$ だったけれど、差が８の２つの偶数の和は $4(n+2)$ になりました。「$n+1$」が「$n+2$」になりました。

差が８の２つの偶数のときも、差が４のときと同じように、計算すると４×(整数) の形に変形することができるよ。

そうですね。$2n+4$ の４を８に変えることで、２つの偶数の和は $4(n+1)$ の１が２に変わり、差が８である２つの偶数の和は４の倍数になることが説明できましたね。

2．２つの偶数の和が４の倍数になるための、前提となる条件に着目する。

同じ２つの偶数や差が４や８の２つの偶数の和が４の倍数になることが分かりました。このほかにも４の倍数になるときはありそうですか。

$2+14=16$、$4+16=20$となるから、差が12のときも４の倍数になりそうだよ。

差が12の２つの偶数の和が４の倍数になるかどうかは、さっきと同じように説明を書き換えると、$2n+(2n+12)=4(n+3)$になるね。

$4(n+3)$において、$n+3$は整数になるから、$4(n+3)$は４の倍数になるね。だから、差が12の２つの偶数の和が４の倍数になるといえるよ。

3．「差が4や8、12である2つの偶数」の場合の説明を振り返り、統合的・発展的に考察する。

差が４や８、12の２つの偶数の和は、４の倍数になることが分かりました。これらのことから、何かいえそうなことはありますか。

２つの偶数の差である４、８、12は、４の倍数だね。差が４の倍数である２つの偶数の和は、４の倍数になるといえそうだよ。

差が４の倍数である２つの偶数の和は、文字式を使うとどう表せばいいかな。

２つの偶数の差を△とすると、$2n+(2n+△)$になるから、それを計算すると、$4n+△$になるよ。
この式が４×(整数)となれば、説明できそうだね。

△に当たるのは、４の倍数だから、mを整数として、$4m$とすればいいんじゃないかな。説明を書いてみよう。

n、mを整数とすると、差が４の倍数である２つの偶数は
$2n$、$2n+4m$と表される。
それらの和は、

$$
\begin{aligned}
&2n+(2n+4m)\\
&=4n+4m\\
&=4(n+m)
\end{aligned}
$$

$n+m$は整数だから、$4(n+m)$は４の倍数である。
したがって、差が４の倍数である２つの偶数の和は、４の倍数になる。

２つの文字を使った説明を基に、これまでの説明を見比べると、どんなことが分かりますか。　ポイント

２つの文字を使った説明は、差が４や８のときだけでなく、差が16や20のときも、２つの偶数の和が４の倍数になることの説明になっていることが分かります。

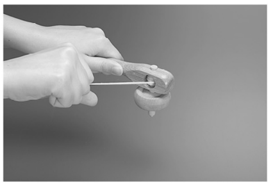
mが０のとき、$4m$が０になるから、同じ偶数の和の場合もいえるね。

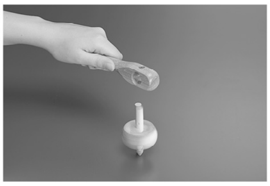
本授業アイディア例　活用のポイント！

- ある事柄が成り立つ場合と成り立たない場合を比較する活動を通して、その結論が成り立つための条件は何かを考え、見いだした性質を基に事柄を説明する場面を設定することが大切である。
- 一旦解決された問題の説明を振り返り、見いだした事柄を拡張して考えることで、統合的・発展的に考察する機会を設けることが大切である。

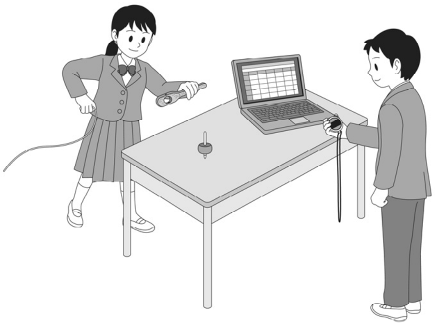
数学７　データの傾向を読み取り、批判的に考察し判断すること（コマ回し）

７ 学級でコマ回し大会をします。この大会では，次の図のようなひもを引いて回すコマを使って一人１回コマを回し，最も長い時間コマを回した人を優勝とします。





大地さんと葉月さんは，コマＡとコマＢのうち，どちらのコマを使うかを検討することにしました。



次の（１），（２）の各問いに答えなさい。

（１）二人は，どちらのコマがより長い時間回りそうかを調べるために，２つのコマを20回ずつ回し，それぞれのコマが回った時間のデータを集めました。そして，それぞれのデータについてヒストグラムをつくり，それらを比較して考えることにしました。

図１　コマＡが回った時間

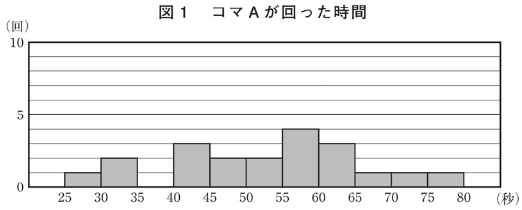


図２　コマＢが回った時間

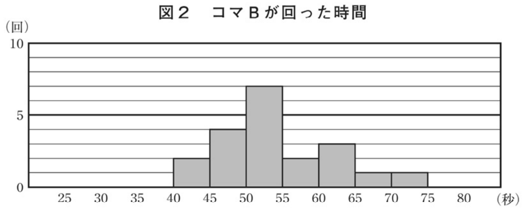


図１，**図２**のヒストグラムの特徴をもとに，より長い時間回りそうなコマを選ぶとすると，あなたならどちらのコマを選びますか。下の**ア**，**イ**の中からどちらか一方のコマを選びなさい。また，そのコマを選んだ理由を，２つのヒストグラムの特徴を比較して説明しなさい。どちらのコマを選んで説明してもかまいません。

ア　コマＡ

イ　コマＢ

（２）大地さんはコマＡを，葉月さんはコマＢを選びました。コマを回す練習をしていた葉月さんは，コマを回す高さによって回る時間に違いがあるのではないかと考えました。そこで，次の図のように，１cmの高さを低位置，10cmの高さを中位置，20cmの高さを高位置として，それぞれの位置から20回ずつコマＢを回し，コマＢが回った時間のデータを位置ごとに集めました。そして，それぞれのデータの散らばりの程度を比較するために箱ひげ図をつくりました。

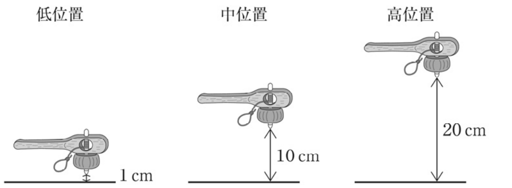
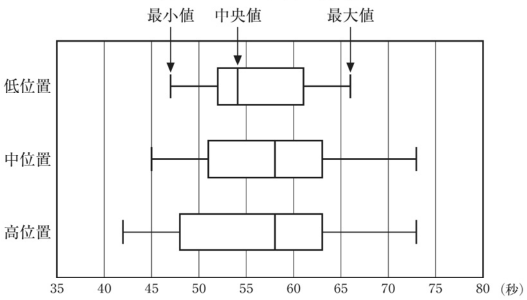


図３　コマＢが回った時間



葉月さんは，前ページの**図３**の箱ひげ図を比較して考えています。最大値と中央値は，低位置よりも中位置，高位置の方が大きいことから，葉月さんは低位置よりも中位置，高位置の方がより長い時間回ると判断しました。

次に，中位置と高位置の箱ひげ図を比較すると，箱が示す区間は高位置よりも中位置の方が短いことがわかりました。

このとき，箱が示す区間にふくまれているデータの個数と散らばりの程度について正しく述べたものを，下の**ア**から**エ**までの中から１つ選びなさい。

ア　データの個数は中央値を中心とする全体の約半数であり，データの散らばりの程度は，高位置よりも中位置の方が小さい。

イ　データの個数は中央値を中心とする全体の約半数であり，データの散らばりの程度は，高位置よりも中位置の方が大きい。

ウ　データの個数は高位置よりも中位置の方が少なく，データの散らばりの程度は，高位置よりも中位置の方が小さい。

エ　データの個数は高位置よりも中位置の方が少なく，データの散らばりの程度は，高位置よりも中位置の方が大きい。

出題の趣旨

データに基づいて不確定な事象を考察する場面において、次のことができるかどうかをみる。
・解決の過程や結果を批判的に考察し判断すること
・事象を数学的に解釈し、その根拠を数学的な表現を用いて説明すること
・数学的に表現したことを事象に即して解釈すること

日常生活や社会の事象を考察する場面では、データやグラフなどを適切に読み取り、データの傾向を捉え、批判的に考察し判断することが求められる場合がある。その際、判断の理由を数学的に説明することが大切である。

本問では、コマ回し大会でどちらのコマを使うかを判断するために、それぞれのコマについて、調べたことをヒストグラムや箱ひげ図などに整理して分析し、データの傾向を捉える場面を取り上げた。この場面において、**コマＡが回った時間**と**コマＢが回った時間**のヒストグラムからそれぞれの分布の様子を読み取った上で、コマ回し大会ではどちらのコマを使うかを説明する状況を設けた。さらに、どの高さからコマを回すとより長い時間回るのかについて考える際に、低位置、中位置、高位置で回して得られたデータを用いて作った箱ひげ図を並べてみることで、それらのデータの散らばり具合を把握し、複数のデータの分布を比較する文脈を設定した。

設問（１）

趣旨

データの傾向を的確に捉え、判断の理由を数学的な表現を用いて説明することができるかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第１学年〕　D　データの活用

(1)　データの分布について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

イ　次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

（ア）目的に応じてデータを収集して分析し、そのデータの分布の傾向を読み取り、批判的に考察し判断すること。

7

１．解答類型と反応率

問題番号		解　　答　　類　　型	反応率（%）	正答
7	(1)	（正答の条件） 　二つのヒストグラムを比較して、次のことについて記述しているもの。 ＜**ア**を選択した場合＞ 　次の(a)、(b)、(c)のいずれかについて記述している。 (a)　コマＡの 55 秒以上（又は 60 秒以上、又は 65 秒以上、又は 70 秒以上、又は 75 秒以上）の各階級の度数の合計が大きいこと。又は、コマＢの 55 秒以上（又は 60 秒以上、又は 65 秒以上、又は 70 秒以上、又は 75 秒以上）の各階級の度数の合計が小さいこと。 (b)　コマＡの 55 秒未満（又は 60 秒未満、又は 65 秒未満、又は 70 秒未満、又は 75 秒未満）の各階級の度数の合計（累積度数）が小さいこと。又は、コマＢの 55 秒未満（又は 60 秒未満、又は 65 秒未満、又は 70 秒未満、又は 75 秒未満）の各階級の度数の合計（累積度数）が大きいこと。 (c)　コマＡの最大値が大きいこと。又は、コマＢの最大値が小さいこと。 ＜**イ**を選択した場合＞ 　次の(d)、(e)、(f)のいずれかについて記述している。 (d)　コマＢの 50 秒以上（又は 45 秒以上、又は 40 秒以上）の各階級の度数の合計が大きいこと。又は、コマＡの 50 秒以上（又は 45 秒以上、又は 40 秒以上、又は 35 秒以上、又は 30 秒以上）の各階級の度数の合計が小さいこと。 (e)　コマＢの 50 秒未満（又は 45 秒未満）の各階級の度数の合計（累積度数）が小さいこと。又は、コマＡの 50 秒未満（又は 45 秒未満、又は 40 秒未満、又は 35 秒未満、又は 30 秒未満）の各階級の度数の合計（累積度数）が大きいこと。 (f)　コマＢの最小値が大きいこと。又は、コマＡの最小値が小さいこと。		
		（正答例） ・　コマＡの回った時間の方がコマＢの回った時間より 55 秒以上の階級の度数の合計が大きいので、コマＡの方がより長い時間回りそうなコマである。だから、コマ回し大会ではコマＡを選ぶ。（解答類型１） ・　コマＡの回った時間の方がコマＢの回った時間より 55 秒未満の階級の度数の合計が小さいので、コマＡの方がより長い時間回りそうなコマである。だから、コマ回し大会ではコマＡを選ぶ。（解答類型３） ・　コマＡの回った時間の方がコマＢの回った時間より最大値を含む階級の中央の値が大きいので、コマＡの方がより長い時間回りそうなコマである。だから、コマ回し大会ではコマＡを選ぶ。（解答類型５）		

		・　コマＢの回った時間の方がコマＡの回った時間より50秒以上の階級の度数の合計が大きいので、コマＢの方がより長い時間回りそうなコマである。だから、コマ回し大会ではコマＢを選ぶ。（解答類型13） ・　コマＢの回った時間の方がコマＡの回った時間より50秒未満の階級の度数の合計が小さいので、コマＢの方がより長い時間回りそうなコマである。だから、コマ回し大会ではコマＢを選ぶ。（解答類型15） ・　コマＢの回った時間の方がコマＡの回った時間より最小値を含む階級の中央の値が大きいので、コマＢの方がより長い時間回りそうなコマである。だから、コマ回し大会ではコマＢを選ぶ。（解答類型17）		
1	アを選択	(a)について記述しているもの。 （結論はなくてもよい。以下同様。）	6.1	◎
2		二つのヒストグラムを比較する記述が十分でなく、(a)について記述しているもの。 （正答例） ・　コマＡの回った時間は、55秒以上の階級の度数の合計が大きいから。	0.4	○
3		(b)について記述しているもの。	0.0	◎
4		二つのヒストグラムを比較する記述が十分でなく、(b)について記述しているもの。 （正答例） ・　コマＡの回った時間は、55秒未満の階級の度数の合計が小さいから。	0.0	○
5		(c)について記述しているもの。	6.9	◎
6		二つのヒストグラムを比較する記述が十分でなく、(c)について記述しているもの。 （正答例） ・　コマＡの回った時間の最大値が大きいから。	0.2	○
7		上記１～６以外で、二つのヒストグラムを比較して、コマＡを選ぶ理由を正しく述べているもの。	2.0	◎
8		上記７について、二つのヒストグラムを比較する記述が十分でなく、コマＡを選ぶ理由を述べているもの。	0.0	○
9		上記１～８以外で、ヒストグラムから読み取れることを記述しているもの。	6.9	
10		ヒストグラムについての読み取りを誤って記述しているもの。	0.9	
11		上記以外の解答	5.3	
12		無解答	2.0	

7

13	イを選択	(d)について記述しているもの。		8.5	◎
14		二つのヒストグラムを比較する記述が十分でなく、(d)について記述しているもの。 （正答例） ・ コマＢの回った時間は、50秒以上の階級の度数の合計が大きいから。		0.3	○
15		(e)について記述しているもの。		8.8	◎
16		二つのヒストグラムを比較する記述が十分でなく、(e)について記述しているもの。 （正答例） ・ コマＢの回った時間は、50秒未満の階級の度数の合計が小さいから。		0.4	○
17		(f)について記述しているもの。		8.9	◎
18		二つのヒストグラムを比較する記述が十分でなく、(f)について記述しているもの。 （正答例） ・ コマＢの回った時間の最小値が大きいから。		0.1	○
19		上記13～18以外で、二つのヒストグラムを比較して、コマＢを選ぶ理由を正しく述べているもの。		1.7	◎
20		上記19について、二つのヒストグラムを比較する記述が十分でなく、コマＢを選ぶ理由を述べているもの。		0.0	○
21		上記13～20以外で、ヒストグラムから読み取れることを記述しているもの。		30.7	
22		ヒストグラムについての読み取りを誤って記述しているもの。		1.8	
23		上記以外の解答		4.1	
24		無解答		2.7	
99	上記以外の解答			0.1	
0	無解答			1.4	
			正答率	44.2	

２．分析結果と課題

○　解答類型21の具体的な例としては、以下のようなものがある。

（例）
・　コマＢは安定しているから。

・　コマＢは散らばりが少ないから。

このように記述した生徒は、ヒストグラムから読み取れることとして、散らばりのみに着目し記述したと考えられる。

○　平成24年度【中学校】数学Ｂ$\boxed{3}$(2)（正答率47.1％）で類題を出題している。「平成24年度【中学校】報告書」において、「資料の傾向を的確に捉え、判断の理由を数学的な表現を用いて説明することに課題がある」と分析している。これに関して本設問では、「コマ回し大会で使用するコマをヒストグラムの特徴を基に選び、選んだ理由を説明すること」をみる問題を出題した（正答率44.2％）。今回の結果から、データの傾向を的確に捉え、判断の理由を数学的な表現を用いて説明することに、引き続き課題がある。

３．学習指導に当たって

○　データの分布の傾向を読み取り、判断の理由を数学的な表現を用いて説明できるようにする

データの分布の傾向を読み取って判断し、その理由を数学的な表現を用いて的確に説明することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、コマＡとコマＢのどちらのコマがより長く回りそうかを話し合う場面を取り入れることが考えられる。その際、**図１**、**図２**の二つのヒストグラムの特徴を比較して、それぞれの分布の様子を読み取った上で、コマを選ぶ根拠を、最大値、最小値、範囲、累積度数などといった指標を用いて記述できるようにすることが大切である。

例えば、コマＡを選ぶことの根拠として「最大値が大きいから」といった生徒の表現を取り上げ、最大値はそれぞれのヒストグラムをどのようにみることで分かるのかということについて確認する場面を設定することが大切である。また、最大値以外にも判断の根拠となることがあるかどうかについて取り上げ、55秒以上の階級の度数の合計や、度数が最も大きい階級など、ヒストグラムから読み取れることを確認し、コマＡを選ぶ根拠について吟味することも大切である。

また、コマＢを選ぶことの根拠として、「安定しているから」といった生徒の表現を取り上げ、そのことについてヒストグラムを基に話し合う場面を設定することが大切である。その際、**図２**のヒストグラムから、範囲が小さいことを捉え、安定しているとしたことを確認することが考えられる。さらに、範囲の大小だけでなく、「コマＢとコマＡのヒストグラムを比べると、コマＢは40秒から75秒の間にデータが集まっていて、コマＡには25秒から35秒のデータがあるから、コマＢを選ぶ。」や、「コマＢの方が範囲が小さく、最小値が大きいから、コマＢを選ぶ。」など多面的に吟味し、判断することも大切である。

7

設問（２）

趣旨

箱ひげ図から分布の特徴を読み取ることができるかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第２学年〕　Ｄ　データの活用

(1)　データの分布について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア　次のような知識及び技能を身に付けること。

（ア）四分位範囲や箱ひげ図の必要性と意味を理解すること。

１．解答類型と反応率

問題番号			解　答　類　型	反応率（%）	正答
7	(2)	1	**ア**　と解答しているもの。	44.4	◎
		2	**イ**　と解答しているもの。	8.8	
		3	**ウ**　と解答しているもの。	38.9	
		4	**エ**　と解答しているもの。	7.1	
		99	上記以外の解答	0.0	
		0	無解答	0.7	

２．分析結果と課題

○　正答率は 44.4% であり、箱ひげ図から分布の特徴を読み取ることに課題がある。

○　解答類型３の中には、箱の中のデータの個数は全体の約半数ではなく、箱の横の長さが短い方が、箱の中に含まれるデータの個数が少ないと捉えた生徒がいると考えられる。

３．学習指導に当たって

○　四分位範囲や箱ひげ図の必要性と意味を理解できるようにする

複数の集団のデータの分布に着目し、その傾向を比較して読み取る活動を通して、四分位範囲や箱ひげ図の必要性と意味を理解できるように指導することが大切である。その際、箱ひげ図は複数のデータの分布を比較するときに、視覚的に比較がしやすい統計的な表現であることを確認することが大切である。

箱ひげ図の箱で示された区間には、全データのうち中央値を中心とする約半数のデータが含まれることや、箱ひげ図の箱で示された区間の長さを四分位範囲ということ、極端にかけ離れた値が一つでもあると、最大値や最小値が大きく変化し、範囲はその影響を受けやすいが、四分位範囲はその影響をほとんど受けないという性質を理解できるようにすることが大切である。その際、箱ひげ図とドットプロットを並べて示し、データの傾向と散らばりについて確認することも考えられる。

本設問を使って授業を行う際には、箱ひげ図には、20回分のデータが含まれていることや、箱ひげ図の箱やひげの長さによらず、最小値から第１四分位数、第１四分位数から第２四分位数（中央値）、第２四分位数から第３四分位数、第３四分位数から最大値の四つの区間には５回ずつのデータが含まれていることを確認することが大切である。その上で、低位置、中位置、高位置のどの位置から回すとより長い時間回るのかを箱ひげ図をもとに説明し、伝え合う活動を取り入れることが考えられる。その際、箱のできる位置や四分位範囲、中央値、最大値、最小値などに着目して考察することが大切である。

なお、箱ひげ図では、分布の形など失われる情報もあるため、必要に応じて箱ひげ図とヒストグラムを関連付けて用いることが大切である。

本問全体の学習指導に当たって

○　目的に応じてデータを収集して処理し、その傾向を読み取って批判的に考察し判断することを通して、統計的に問題解決することができるようにする

日常生活や社会の事象を題材とした問題などを取り上げ、統計的に問題解決することができるように指導することが大切である。その際、問題を解決するために計画を立て、必要なデータを収集して処理し、データの分布の傾向を捉え、その結果を基に批判的に考察し判断するという一連の活動を充実させることが大切である。

例えば、本問のように、コマ回し大会で使うコマを選ぶため、二つのコマのうち、より長い時間回りそうなコマを選ぶという場面において、二つのコマＡとコマＢが回った時間のデータを収集し、それらを整理して代表値を求めたり、ヒストグラムに表して分布の傾向を読み取ったりするなどして、二つのコマの特徴について話し合う場面を設定することが考えられる。さらに、コマを回す高さによって回る時間に違いがあることから、箱ひげ図を用いてコマＢの低位置、中位置、高位置におけるそれぞれのデータの分布の傾向を比較して読み取り、各位置でのコマが回る時間の傾向について考察する活動を取り入れることも考えられる。その際、データの収集の仕方は適切か、データの傾向を読み取る上でどの代表値が根拠としてふさわしいか、分析した結果から得られる結論が妥当かなど、批判的に考察できるよう指導することが大切である。

7

授業アイディア例

コマが回る時間の傾向を捉えて説明しよう
～データの分布の傾向を読み取り、批判的に考察し判断する～

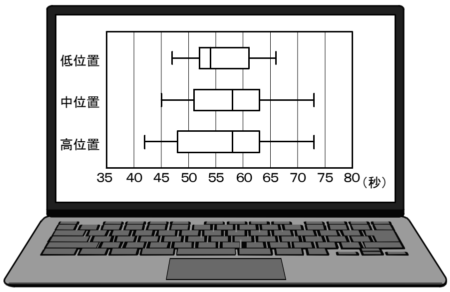
前の時間には、コマが回った時間のデータのヒストグラムを見て、２つのコマのうち１つを選びました。その後、コマを回す高さによって回る時間に違いがあるのではないかと考え、コマを回す高さを低位置、中位置、高位置として、それぞれの位置から20回ずつコマを回してデータを集めました。本時は、収集したデータを整理して傾向を調べ、どの位置からコマを回すとより長く回るか判断し、その理由を説明してみましょう。

１．集めたデータを基に、箱ひげ図を作成する。

前の時間にとった、低位置、中位置、高位置のデータがあります。
データの特徴を調べるために、どのように整理しますか。

データの散らばり具合を見てみたいな。

３つのデータがあるから、
箱ひげ図をつくってみよう。



２．作った箱ひげ図から低位置、中位置、高位置のデータの特徴を基に話し合う。

作った箱ひげ図から、どのようなことが分かりますか。

低位置は、他と比べて
中央値が小さいよ。

低位置で回すと、中位置や
高位置で回すときより、コマが
回る時間は安定しそうだね。

低位置は、第３四分位数や
最大値も小さいよ。あまり
長い時間回らないのかな。

箱の横の長さは低位置が
一番短くて、高位置が
一番長くなっているね。

それぞれの位置における箱ひげ図について、箱の部分をみたときに、
データの散らばり具合はどうなっているでしょうか。

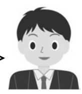
箱の横の長さをみれば、データの
散らばり具合が分かるね。
箱の中に入っているデータの
個数も気になるね。

箱の横の長さは高位置が一番
長いので、散らばり具合が
大きいし、箱に含まれる
データの個数も一番多いと思うよ。

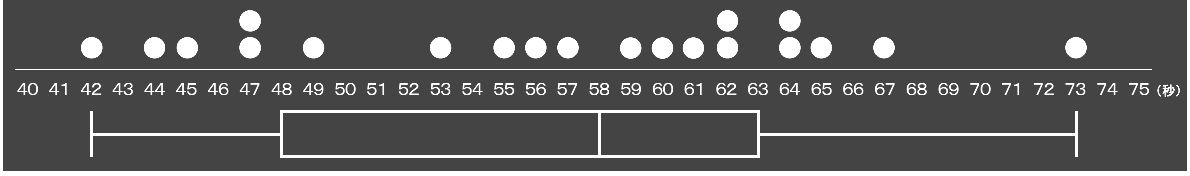
ということは、低位置、中位置、高位置の箱の中に含まれるデータの個数は、
箱の横の長さによって違うということでよいでしょうか。

データの個数と箱ひげ図の
横の長さの関係をうまく確認する
方法はないかな。

箱ひげ図とドットプロットを
並べたものを見てみようよ。



高位置の箱ひげ図とドットプロット



高位置のデータの個数は20で、箱ひげ図の４つの区間には、５個ずつデータが入っていることがドットプロットとあわせることで確認できるね。だから、箱の中に含まれるデータの個数は10で、すべてのデータの半分だよ。

箱の横の長さが長いからといって、箱の中にデータが多く含まれるということではないんだね。

３．コマをどの位置から回すとより長く回るか判断し、その理由を説明する。

コマを低位置、中位置、高位置のどの高さで回すとより長い時間回りそうですか。データの特徴を基にして、説明してみましょう。 ポイント

箱ひげ図を見ると、最大値と中央値は、低位置よりも中位置や高位置の方が大きいので、中位置か高位置がより長い時間回りそうです。
中位置と高位置の、中央値と最大値は同じなので迷っています。

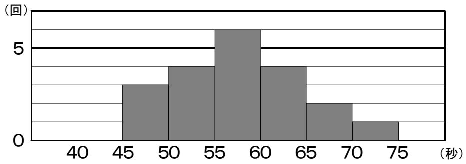
中位置の方が、最小値や第１四分位数が高位置よりも大きいから、中位置の方が長く回りそうかな。

中位置と高位置では、箱ひげ図が中央値より右側の部分が同じような形をしていると思ったので、もっと詳しく調べてみたいな。

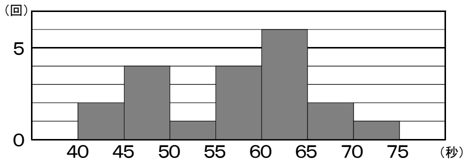
中位置と高位置のヒストグラムをつくってみるといいのではないかな。

２つのヒストグラムをみると、度数が最も大きい階級は、高位置の方が右の方にあることが分かります。だから、高位置の方がよさそうです。

中位置



高位置



今日は、コマをどの高さから回せばより長い時間回りそうかについて判断しました。その際、箱ひげ図やヒストグラムから読み取ったデータの特徴を根拠にして説明することができましたね。

本授業アイディア例　活用のポイント！

- 収集したデータを整理して、それを基に分布の傾向を読み取り、批判的に考察し判断するとともに、その理由について説明し合う場面を設定することが考えられる。その際、自分が判断した事柄とその根拠を、データの分布の特徴に基づき説明できるようにすることが大切である。
- 箱ひげ図は分布の形など失われる情報もあることから、必要に応じてヒストグラムなどと合わせて、データの分布の特徴について考察する場面を設定することも考えられる。

数学 8　日常的な事象の数学化と問題解決の方法（二酸化炭素量の削減の取り組み）

8　愛理さんは，総合的な学習の時間に環境（かんきょう）問題について調べています。調べたところ，世界が目指す持続可能な開発目標（SDGs（エスディージーズ））として，17の目標の中に「気候変動に具体的な対策を」という目標があることを知りました。

愛理さんの学級では，この目標に対してできることがないかを話し合い，二酸化炭素の削減（さくげん）に取り組むことにしました。取り組みの参考にするために，ほかの学校の取り組みを調べたところ，となり町の中学校のホームページをみつけました。

となり町の中学校のホームページにあった情報

私たちの取り組みの成果
参加した生徒数　86人
取り組み期間　14日間
家庭での二酸化炭素削減量の合計　300 kg
（二酸化炭素 300 kg）＝（杉の木約20本が1年間に吸収する二酸化炭素の量）

そこで，愛理さんの学級では生徒30人で，「二酸化炭素300 kgの削減」を目標とすることにしました。この学級の目標を達成するために，家庭でできる二酸化炭素削減の取り組みと削減量について調べました。

家庭でできる二酸化炭素削減の取り組み

取り組み	二酸化炭素削減量
冷房をつけている時間を1時間短くする。	25 g
シャワーを浴びている時間を1分間短くする。	79 g
部屋の電気をつけている時間を1時間短くする。	23 g
テレビを見ている時間を1時間短くする。	23 g
⋮	⋮

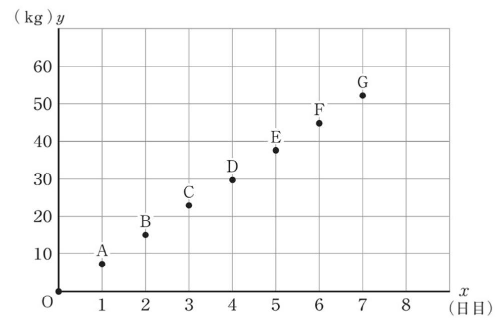
そして，**家庭でできる二酸化炭素削減の取り組み**の中から，生徒それぞれの家庭でできることを選んで取り組むことにしました。その取り組みの成果について，1日ごとの学級30人分の削減量をもとに，その日までの二酸化炭素削減量の合計を記録することにしました。

取り組みを始めた日の前日を0日目とし，x日目までの二酸化炭素削減量の合計をy kgとして，次のように表にまとめ，表のxとyの値の組を下のグラフに表しました。

二酸化炭素削減量の合計の記録

x（日目）	0	1	2	3	4	5	6	7
y（kg）	0	7.2	15.2	22.8	29.7	37.8	44.9	52.4

※ yの値は小数第2位を四捨五入



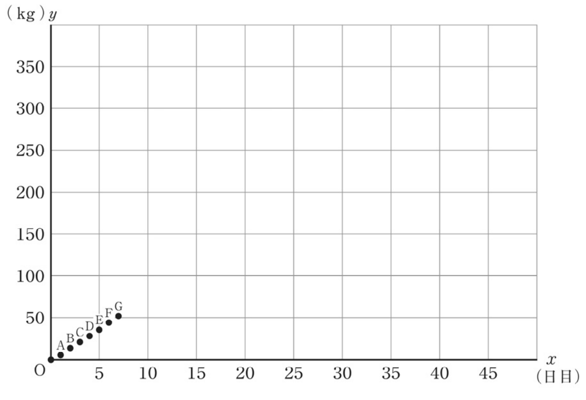
次の(1)，(2)の各問いに答えなさい。

(1) **二酸化炭素削減量の合計の記録**のグラフにおいて，点Eの座標を書きなさい。

(2) 愛理さんは，7日目までの取り組みの結果から，目標を達成できるのがおよそ何日目になるかを予測することにしました。

そこで，下の**二酸化炭素削減量の合計の記録のグラフ**において，原点Oから点Gまでの点が一直線上にあるとし，このまま同じように取り組みを続け，二酸化炭素削減量の合計が一定の割合で増加すると仮定して考えることにしました。

二酸化炭素削減量の合計の記録のグラフ



このとき，目標の300 kg削減を達成できるのがおよそ何日目になるかを求める方法を説明しなさい。ただし，実際に何日目になるかを求める必要はありません。

出題の趣旨

与えられた情報を読み、次のことができるかどうかをみる。
・事象の特徴を的確に捉えること
・事象を理想化したり単純化したりすること
・数学的に表現したことを事象に即して解釈し、問題解決の方法を数学的に説明すること

日常生活や社会の事象を考察する場面では、事象を理想化したり単純化したりして、その特徴を的確に捉え、事象を数学的に解釈することが求められる場合がある。その際、問題解決の方法を考え、それを数学的に説明することが大切である。

本問では、二酸化炭素の削減量について、得られたデータを基に目標を達成するまでの日数を予測する場面を取り上げた。この場面において、日数と二酸化炭素削減量の合計の関係をグラフに表した際の点の並びが一直線上にあると考えることで、その関係を比例とみなし、目標を達成するまでの日数を求める方法を説明する文脈を設定した。

設問（1）

趣旨

与えられた表やグラフから､必要な情報を適切に読み取ることができるかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第１学年〕　C　関数

(1)　比例、反比例について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア　次のような知識及び技能を身に付けること。

（ウ）座標の意味を理解すること。

イ　次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

（イ）比例、反比例を用いて具体的な事象を捉え考察し表現すること。

１．解答類型と反応率

問題番号		解　答　類　型		反応率（%）	正答
8	(1)	1	（５，37.8）　と解答しているもの。	55.3	◎
		2	（37.8，５）　と解答しているもの。	1.8	
		3	（５，□）　と解答しているもの。 （□は37.8以外の数、又は無解答）	20.3	
		99	上記以外の解答	15.6	
		0	無解答	7.0	

２．分析結果と課題

○　解答類型３の中には、（５，37）や（５，38）という解答がみられた。これらは、点Ｅの座標をグラフ上のおよその位置で判断できているが、**二酸化炭素削減量の合計の記録**のグラフと表を関連させて読み取ることができなかった生徒がいると考えられる。

○　解答類型99の中には、（37，５）や（38，５）という解答がみられた。これらは、点Ｅの座標をグラフ上のおよその位置で判断した上で、x 座標と y 座標を混同した生徒がいると考えられる。

また、（５x，37.8 y）という解答がみられた。これは、座標の表し方を理解していない生徒がいると考えられる。

３．学習指導に当たって

○　与えられた表やグラフから情報を読み取り、座標平面上の点を座標を用いて表すことができるようにする

表やグラフと具体的な事象を対応させ、グラフ上の点が具体的な事象では何を表しているのかを捉える活動を取り入れ、与えられた表やグラフを関連付けて、必要な情報を適切に読み取ることができるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、**二酸化炭素削減量の合計の記録**のグラフと表とを相互に関連させて、例えば、グラフ上の点Ｅ（５，37.8）について、「５日目までの二酸化炭素削減量の合計が37.8ｋｇである」と捉えるなど、グラフ上の点が具体的な事象では何を表しているのかを捉える活動を通して、必要な情報を適切に読み取ることができるように指導することが考えられる。

設問（２）

趣旨

事象を数学的に解釈し、問題解決の方法を数学的に説明することができるかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第１学年〕　C　関数

(1)　比例、反比例について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

イ　次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

（イ）比例、反比例を用いて具体的な事象を捉え考察し表現すること。

１．解答類型と反応率

問題番号		解答類型	反応率（%）	正答
8	(2)	（正答の条件） 次のことについて記述しているもの。 <グラフを用いることについて記述している場合> 次の(a)、(b)について記述している。 (a)　直線のグラフをかいて利用すること。 (b)　y 座標が 300 のときの x 座標を読むこと。 <式を用いることについて記述している場合> 次の(c)、(d)について記述している。 (c)　比例の式又は一次関数の式を求めて利用すること。 (d)　$y=300$ を代入して、x の値を求めること。 <表や数値を用いることについて記述している場合> 次の(e)、(f)について記述している。 (e)　表や数値を用いて割合を求めて利用すること。 (f)　二酸化炭素削減量の合計が 300 ｋｇになる日数を算出すること。		
		（正答例） ・　原点Oを通る直線のグラフをかき、$y=300$ のときの x 座標を読む。（解答類型１） ・　y を x の比例の式で表し、その式に $y=300$ を代入し、x の値を求める。（解答類型６） ・　表の数値を用いて比例定数を調べ、その比例定数で二酸化炭素削減量の合計が 300 ｋｇになる日数を計算する。（解答類型10）		

8

1	(a)、(b)について文で記述しているもの。 又は、実際にグラフをかき、y 座標が 300 のときの x 座標を読むことについて記述しているもの。	6.4	◎
2	(a)について「直線」についての記述が十分でなかったり、(b)について「$y = 300$」の記述がなかったりするが、グラフを用いることとその用い方について記述しているもの。 （正答例） ・　２つの点を結んで、$y = 300$ のときの x の値を読む。 ・　原点Oを通る直線のグラフをかき、x 座標を読む。	0.8	○
3	(a)のみを記述しているもの。((a)について「直線」についての記述が十分でないものを含む。)	9.1	
4	(b)のみを記述しているもの。((b)について「$y = 300$」の記述がないものを含む。)	0.5	
5	グラフを用いることについて記述しているが、(a)、(b)について記述していないもの。	2.7	
6	(c)、(d)について文で記述しているもの。 又は、実際に比例の式又は一次関数の式を求めて、$y = 300$ を代入して x の値を求めることについて記述しているもの。	7.0	◎
7	(c)について「比例」又は「一次関数」についての記述がなかったり、(d)について「$y = 300$」の記述がなかったりするが、式を用いることとその用い方について記述しているもの。 （正答例） ・　式で表し、$y = 300$ を代入して x の値を求める。 ・　y を x の比例の式で表し、y に削減量を代入して x の値を求める。	1.2	○
8	(c)のみを記述しているもの。((c)について「比例」又は「一次関数」についての記述がないものを含む。)	2.3	
9	(d)のみを記述しているもの。((d)について「$y = 300$」の記述がないものを含む。)	0.1	
10	(e)、(f)について文で記述しているもの。 又は、実際に表や数値から変化の割合について調べて、二酸化炭素削減量の合計が 300 ｋｇになる日数を求めることについて記述しているもの。	12.2	◎
11	(e)について「割合」についての記述が十分でなかったり、(f)について求める日数の記述が十分でなかったりするが、表や数値を用いることとその用い方について記述しているもの。 （正答例） ・　表の数値を用いて、二酸化炭素削減量の合計が 300 ｋｇになる日数を求める。 ・　１日あたりに7.5 ｋｇ削減することができることを用いて、日数を計算する。	11.4	○

		12	(e)のみを記述しているもの。((e)について「割合」についての記述が十分でないものを含む。)	13.5	
		13	(f)のみを記述しているもの。((f)について求める日数の記述が十分でないものを含む。)	2.4	
		99	上記以外の解答	6.4	
		0	無解答	24.0	
			正答率	39.0	

2．分析結果と課題

○　解答類型３の具体的な例としては、以下のようなものがある。

（例）
・　直線をひいてグラフを読み取る。
・　グラフに、ＯからＧまでを通る直線を引く。
・　原点Ｏから点Ｇまでの点をつないだ直線を 300 ｋｇのところまで延長させる。

このように記述した生徒は、直線のグラフを用いることは記述しているが、その用い方として、二酸化炭素 300 ｋｇの削減が何日目に達成されるかを求めるために、座標平面上で y 座標が 300 のときの x 座標を読み取ることを明示して説明することができなかったと考えられる。

○　解答類型12の具体的な例としては、以下のようなものがある。

（例）
・　１日あたりの二酸化炭素量削減量の平均を求める。
・　５日で 37.8 ｋｇだから、それをもとに求めるとよい。
・　１日に約７ｋｇの二酸化炭素が削減できているので、７をたしていく。

このように記述した生徒は、「１日あたり」や「５日あたり」のように、表や数値から割合を求めて用いることは記述しているが、その用い方として、二酸化炭素削減量の合計が 300 ｋｇになる日数を算出することを明示して説明することができなかったと考えられる。

○　平成25年度【中学校】数学Ｂ$\boxed{3}$(2)（正答率32.6%）、平成29年度【中学校】数学Ｂ$\boxed{3}$(2)（正答率19.1%）及び令和３年度【中学校】数学$\boxed{7}$(2)（正答率28.2%）で類題を出題している。「平成25年度【中学校】報告書」、「平成29年度【中学校】報告書」及び「令和３年度【中学校】報告書」において、「事象を数学的に解釈し、問題解決の方法を数学的に説明すること」に課題があると分析している。これに関連して本設問では、「目標の 300 ｋｇを達成するまでの日数を求める方法を説明すること」をみる問題を出題した（正答率39.0%）。今回の結果から、事象を数学的に解釈し、問題解決の方法を数学的に説明することに、引き続き課題がある。

３．学習指導に当たって

○　問題解決のために数学を活用する方法を考え、説明できるようにする

様々な問題を数学を活用して解決できるようにする際に、問題解決の方法に焦点を当て、例えば、表、式、グラフなどの「用いるもの」と、それらを問題解決するためにどう用いたかといった「用い方」について考え、説明できるように指導することが大切である。その際、実際に行った解決の過程を振り返り、そのときに用いた方法について、「用いるもの」や「用い方」のいずれか一方の説明にとどまらず、「用いるもの」とその「用い方」の両方を指摘し、的確に説明できるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、**二酸化炭素削減量の合計の記録のグラフ**における各点がグラフでほぼ一直線上に並んでいることを基に、二酸化炭素削減量は、取り組みを始めてからの日数に比例するとみなして解決することが大切である。その上で、例えば、グラフを用いて問題を解決する場合を取り上げ、その方法について、原点Oを通る直線をかいて得られたグラフ（「用いるもの」）と、y 座標が 300 のときの x 座標を読むこと（「用い方」）の両方を明確にし、問題解決の方法を的確に説明する活動を取り入れることが考えられる。

なお、問題解決の過程を振り返る場面において、解決の見通しをもつ場面で出された「グラフを使って求める。」や、「$y = 300$ を代入する。」などという不十分な表現を取り上げて吟味し、より洗練された表現に高めていく工夫が考えられる。

本問全体の学習指導に当たって

○　日常生活や社会の事象における問題の解決に数学を活用できるようにする

具体的な場面において、事象を理想化したり単純化したりして、日常生活や社会の事象における問題を数学の問題として捉え、数学を活用して解決できるように指導することが大切である。さらに、その解決の過程や結果を振り返り、新たな問題を見いだすなど、日常生活や社会の事象の考察や問題解決に数学を活用する態度を育成することが大切である。

例えば、世界が目指す持続可能な開発目標（SDGs）における、17 の目標の中の「気候変動に具体的な対策を」という目標について考えることを契機に、自分たちにできる二酸化炭素削減の取り組みについて考える場面を設定することが考えられる。本問のように、「このまま同じように取り組みを続け、二酸化炭素削減量の合計 300 kg を達成できるのは、およそ何日目になるか」について、関数を活用して考察することが大切である。

なお、本問のような日常生活や社会の事象における問題について、教科等横断的な視点で、他の教科等における指導との関連付けを図りながら、学習場面を設定することも求められている。

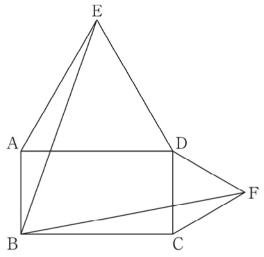
※出典等

SDGs の目標アイコンは、国際連合広報センターウェブページによる。

数学 9　見いだした図形の性質を、与えられた条件を基に考察すること
（四角形と正三角形）

9　次の**図１**は，長方形ABCDの外側に辺AD，DCを１辺とする正三角形ADE，DCFをかき，点Eと点B，点Bと点Fを結んだものです。

図１



琴音さんは，線分EBと線分BFについて次のことを予想しました。

予想

> **長方形ABCDの外側に辺AD，DCを１辺とする正三角形ADE，DCFがあるとき，EB＝BFになる。**

次の（1），（2）の各問いに答えなさい。

（1）前ページの**予想**が成り立つことを，次のように証明しました。

証明

△ABEと△CFBにおいて，
正三角形の３つの辺はすべて等しいから，
　　EA＝AD
長方形の向かい合う辺は等しいから，
　　AD＝BC
よって，　EA＝BC　　　　　……①
同じようにして，
　　AB＝CF　　　　　……②
また，正三角形の１つの内角は60°であり，長方形の１つの内角は90°であるから，
　　∠EAB＝60°＋90°＝150°　……③
　　∠BCF＝90°＋60°＝150°　……④
③，④より，
　　∠EAB＝∠BCF　　　　……⑤
①，②，⑤より，$\boxed{\quad\quad}$ がそれぞれ等しいから，
　　△ABE≡△CFB
合同な図形の対応する辺は等しいから，
　　EB＝BF

上の**証明**の $\boxed{\quad\quad}$ に当てはまる言葉を書きなさい。

（2）琴音さんは，次の**図２**や**図３**のように，21ページの**図１**の長方形ABCDの辺の長さをいろいろに変えた図をかきました。このときも，△ABE≡△CFBが成り立つので，EB＝BFがいえます。琴音さんは，EB＝BF以外にも，辺や角についていえることがないか調べました。

図２

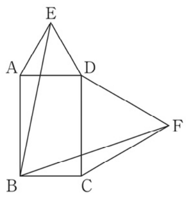
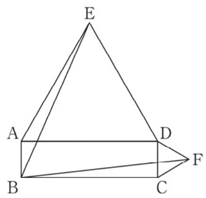


図３

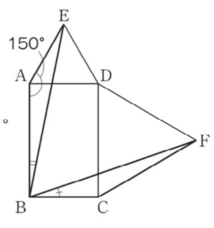


調べたことから，琴音さんは，長方形ABCDの辺の長さを変えても，∠EBFの大きさがいつでも60°になると予想し，次のように考えました。

琴音さんの考え

◇1 ∠EBFについて，
∠ABC＝90°より，
∠ABE＋∠CBF＝30°がいえれば，∠EBF＝90°－30°となり，
∠EBFが60°になることがいえる。

◇2 ∠ABE＋∠CBF＝30°になることは，△ABE≡△CFBからわかる等しい角と，
∠EAB＝150°を用いて示すことができる。



∠ABE＋∠CBF＝30°を示すことで，長方形ABCDの辺の長さを変えても，∠EBFの大きさがいつでも60°になることが説明できます。
琴音さんの考えの◇2にある△ABE≡△CFBと∠EAB＝150°はすでにわかっていることとして，∠ABE＋∠CBF＝30°になることを下の**説明**の $\boxed{\quad\quad}$ に示し，∠EBFの大きさがいつでも60°になることの**説明**を完成しなさい。

説明

$\boxed{\quad\quad}$

∠ABE＋∠CBF＝30°になることが示せたので，
∠EBF＝90°－（∠ABE＋∠CBF）より，
∠EBF＝90°－30°＝60°になる。

9

出題の趣旨

> 図形の性質を考察する場面において、次のことができるかどうかをみる。
> ・筋道を立てて考えること
> ・事象に即して解釈したことを数学的に表現すること
> ・事柄が成り立つ理由を数学的に説明すること

図形の性質を考察する場面では、成り立つと予想した事柄について、論理的に考察し、それを数学的に表現することが大切である。

本問では、長方形と正三角形によってできる図形の性質を見いだし、それが成り立つことを合同な図形の性質などを用いて考察する場面を取り上げた。具体的には、証明を読んで根拠として用いられている三角形の合同条件を見いだす状況を設けた。さらに、条件を保ったまま長方形の辺の長さを変えた場合に、新たに分かることとして、ある角の大きさについて成り立つ性質を見いだし、その性質が成り立つ理由を数学的に説明する文脈を設定した。

設問（１）

趣旨

証明の根拠として用いられている三角形の合同条件を理解しているかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第２学年〕　B　図形

(2)　図形の合同について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア　次のような知識及び技能を身に付けること。

（ア）平面図形の合同の意味及び三角形の合同条件について理解すること。

１．解答類型と反応率

問題番号			解答類型	反応率（%）	正答
9	(1)	1	２組の辺とその間の角　と解答しているもの。	73.6	◎
		2	２組の辺と１組の角　と解答しているもの。	0.7	
		3	３組の辺　と解答しているもの。	2.5	
		4	１組の辺とその両端の角　と解答しているもの。	2.5	
		99	上記以外の解答	13.4	
		0	無解答	7.3	

２．分析結果と課題

○　解答類型99の中には、「１組の辺とその間の角」や「２組の辺とその両端の角」という解答がみられた。これらは、三角形の合同条件を正しく理解していない生徒がいると考えられる。

３．学習指導に当たって

○　証明の根拠として用いられる三角形の合同条件を指摘できるようにする

証明を読み、結論を示すために仮定や図形の性質がどのように用いられているかを確認する場面を設定し、証明の根拠として用いられている三角形の合同条件を指摘できるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、証明を読み、当てはまる三角形の合同条件を確認するとともに、その合同条件を成り立たせる辺や角の関係を図と対応させて捉える活動を取り入れることが考えられる。その際、△ABEと△CFBを抜き出した図を基に、対応する辺や角を確認する場面を設定することが考えられる。

設問（２）

趣旨

筋道を立てて考え、事柄が成り立つ理由を説明することができるかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第２学年〕　Ｂ　図形

(2)　図形の合同について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

イ　次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

（イ）三角形や平行四辺形の基本的な性質などを具体的な場面で活用すること。

１．解答類型と反応率

問題番号			解答類型	反応率（%）	正答
9	(2)		（正答の条件） 次の(a)、(b)、(c)について記述しているもの。 (a)　∠AEB＝∠CBF (b)　∠ABE＋∠AEB＝30° (c)　∠ABE＋∠CBF＝30° （正答例） ・　△ABE≡△CFBより、合同な図形の対応する角は等しいから、 ∠AEB＝∠CBF　……① △ABEにおいて、三角形の内角の和は180°で、∠EAB＝150°であるから、 150°＋∠ABE＋∠AEB＝180° ∠ABE＋∠AEB＝30°　……② ①、②より ∠ABE＋∠CBF＝30° したがって、∠ABEと∠CBFの和は30°になる。 （解答類型１）		
		1	(a)、(b)、(c)について記述しているもの。	10.8	◎
		2	(a)、(b)、(c)について記述しているが、表現が十分でないもの。	0.8	○
		3	(a)、(b)について記述しているもの。((a)、(b)の表現が十分でないものを含む。)	1.0	○
		4	上記１～３以外で、(c)について記述し、∠ABEと∠CBFの和が30°になる理由を正しく説明しているもの。	0.6	◎
		5	上記４について、表現が十分でないもの。((c)について記述がないものを含む。)	0.2	○
		6	根拠として、∠EBF＝60°を用いているもの。	4.3	
		7	(a)について、又は、(a)、(c)について記述しているもの。((a)、(c)についての表現が十分でないものを含む。)	3.4	
		8	(b)について、又は、(b)、(c)について記述しているもの。((b)、(c)についての表現が十分でないものを含む。)	3.1	
		9	(c)について記述しているもの。((c)についての表現が十分でないものを含む。)	8.5	
		99	上記以外の解答	29.5	
		0	無解答	38.0	
			正答率	13.3	

2．分析結果と課題

○　正答率は 13.3％ であり、筋道を立てて考え、事柄が成り立つ理由を説明することに課題がある。

○　解答類型９の具体的な例としては、以下のようなものがある。

（例）
・　$\angle$EAB＝150°
　　よって、$\angle$ABE＋$\angle$CBF＝30°

　このように記述した生徒は、**琴音さんの考え**にある $\angle$EAB＝150° を用いて、$\angle$ABE＋$\angle$CBF＝30° を説明しようとしたと考えられる。

○　解答類型99の具体的な例としては、以下のようなものがある。

（例）
・　仮定より、
　　　△ABE≡△CFB
　　　$\angle$EAB＝150°

・　$\angle$EAB＝150° より、三角形の内角の和は180°なので、
　　　180°－150°＝30°

　このように記述した生徒は、**琴音さんの考え**にある△ABE≡△CFBと$\angle$EAB＝150°を用いようとしたと考えられる。
　また、以下のようなものがある。

（例）
・　$\angle$ABE＝30÷2＝15°
　　$\angle$CBF＝30÷2＝15°

・　$\angle$EAB＝150°、
　　$\angle$AEB＝$\angle$CBF＝$\angle$ABE＝$\angle$CFBより、
　　$\angle$ABE＋$\angle$CBF＝30°

　このように記述した生徒は、$\angle$ABEや$\angle$CBFの大きさを具体的に求めようとしたり、$\angle$ABEと$\angle$CBFの大きさが等しいと捉えたりしたと考えられる。

３．学習指導に当たって

○　ある条件の下で成り立つ図形の性質を見いだし、それが成り立つ理由を数学的に説明できるようにする

結論を導くために何が分かればよいかを明らかにしたり、与えられた条件を整理したり、着目すべき性質や関係を見いだし、事柄が成り立つ理由を、筋道を立てて考えたりする活動を取り入れ、数学的に説明できるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、コンピュータなどを利用して長方形ABCDの辺の長さをいろいろに変えた図を観察し、線分EBと線分BFのなす角である∠EBFが60°になることを予想する場面を設定することが考えられる。その上で、予想した事柄が一般的に成り立つことの理由を数学的に説明する場面を設定することが考えられる。

例えば、∠EBFの大きさが60°になるかどうかを確かめるためには、∠ABEと∠CBFの和が分かればよいことを話し合うなどして、説明の見通しや構想を立てることが大切である。その際、同じ長さの辺や、同じ大きさの角に、印や記号を付けることで、図形の性質や関係を直観的に捉え、説明の見通しや構想を立てることが考えられる。さらに、他者との話し合いを通して、前提となる条件、正しいと認めた事柄、説明しようとする事柄を明らかにし、図形の性質や関係を論理的に考察し、表現することも考えられる。

また、予想した事柄「∠EBFが60°になる。」ことを説明する場面において、∠EBFが60°になることを示すためには、∠ABEと∠CBFの和が30°になることがいえればよいといった構想を立て、「∠ABEと∠CBFの和は30°になるか。」と焦点化して考察を進めることが考えられる。さらに、既に証明された△ABEと△CFBが合同であることや、∠ABEと∠AEBの和について考えることで、∠ABEと∠CBFの和が30°になるための根拠について明らかにすることが大切である。

本問全体の学習指導に当たって

○　観察や操作、実験などの活動を通して、図形の性質を見いだすことや、統合的・発展的に考察することができるようにする

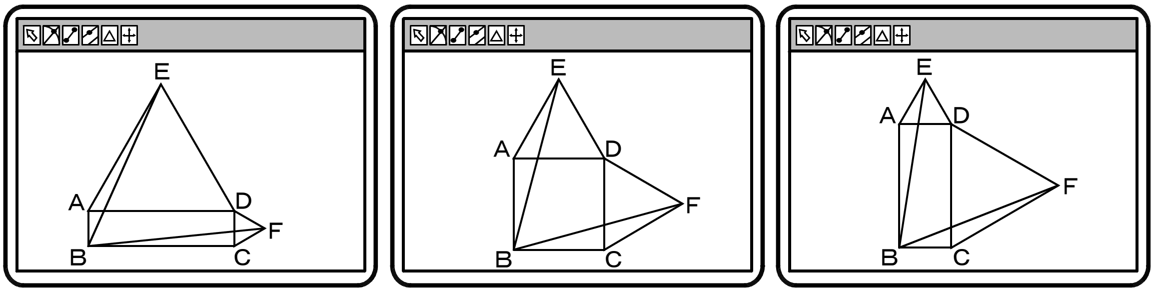
図形の性質を考察する場面では、観察や操作、実験などの活動を通して、予想した事柄が成り立つ理由を、筋道を立てて考えることができるようにするとともに、条件を変えても予想した事柄が成り立つか確かめたり、予想した事柄が成り立つための条件を見いだしたりするなど、統合的・発展的に考察することが大切である。

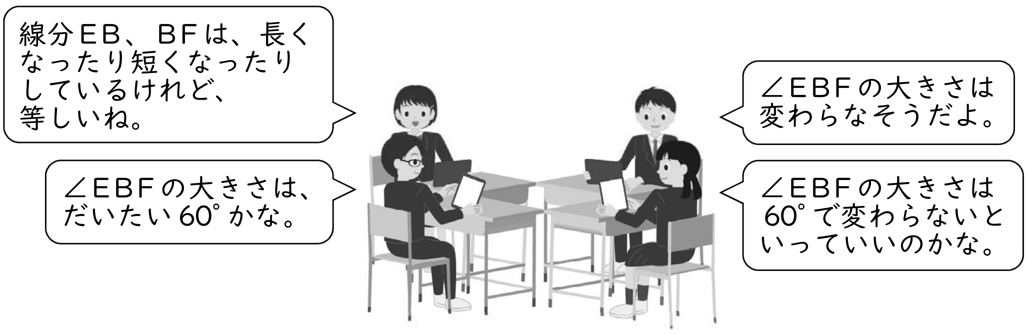
これらのことについて、次のような二つの場面を設定することが考えられる。

【観察や操作、実験などの活動を通して、成り立つと予想される事柄を見いだす場面】

本問のように、長方形ABCDの辺の長さを変えた図形においても、線分EBと線分BFの長さが等しいことを確認した後に、線分EBと線分BFのなす角に着目し、長方形ABCDの辺の長さを変えた図形を観察し、「∠EBFの大きさが60°になる。」といったように、成り立つと予想される事柄を見いだす場面を設定することが大切である。また、長方形の大きさや形を変えた図形を観察する際には、コンピュータを活用することも効果的である。１人１台端末を利用し、成り立つと予想される図形の性質を見いだし、それを他の生徒と共有するなどの活動も考えられる。

１人１台端末を用いて、長方形の大きさや形を変えた図形を観察する場面（例）





【統合的・発展的に考察する場面】

本問題の**図１**について、長方形ABCDの辺の長さをいろいろに変えても、「EB＝BF」や「∠EBF＝60°」が成り立つことを数学的に説明した後、四角形ABCDや△ADE、△DCFの形に着目し、条件を変えて考える場面を設定することが考えられる。その上で、長方形ABCDを平行四辺形などの他の四角形に変えても、長方形ABCDのときと同じ結論である「EB＝BF」や「∠EBF＝60°」が得られるかどうかについて、統合的・発展的に考察することが大切である。例えば、長方形ABCDを他の四角形に変えても、線分EBと線分BFが等しくなるといえるかどうかを考察することが考えられる。

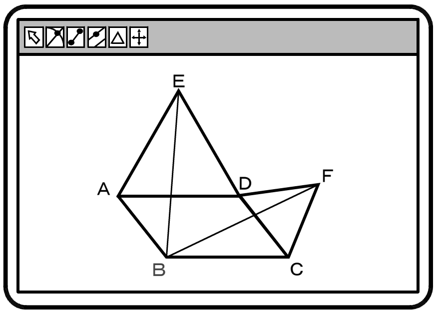
長方形を他の四角形に変えて、成り立つ事柄について考察する場面（例）


四角形ABCDが長方形のとき、EB＝BFになること、∠EBF＝60°になることが分かりました。次に、どのようなことを考えてみたいですか。


長方形から平行四辺形に変えたらどうなるのかな。


コンピュータを使って調べてみようよ。


いろいろ動かしていたら、△ABEができないときがあったよ。




他の四角形に変えると、どうなるのかな。

【予想】
平行四辺形、ひし形、正方形のとき、EB＝BFになる。
台形、普通の四角形のとき、EB＝BFにならない。


まず、平行四辺形ABCDにおいて、線分EBとBFの長さは等しくなるといえるでしょうか。このことについて証明してみましょう。ただし、平行四辺形ABCDの∠ABCの大きさを60°より大きい場合として考えます。


△ABEと△CFBの合同を示すことで、EB＝BFになることがいえるね。

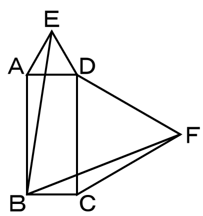

長方形のときの証明と同じような感じがするね。


長方形のときの証明が使えるんじゃないかな。


平行四辺形に変えることで証明はどこが変わるのかな。


長方形のときの証明と、変わるところや変わらないところについて確認し、変わる部分について、下線を引いてみましょう。

【四角形ABCDが長方形のときの証明】



△ABEと△CFBにおいて、
正三角形の３つの辺はすべて等しいから、
EA＝AD
長方形の向かい合う辺は等しいから、
AD＝BC
よって、EA＝BC　……①
同じようにして、
AB＝CF　……②
また、正三角形の１つの内角は60°であり、長方形の一つの内角は90°であるから、
∠EAB＝60°＋90°＝150°　……③
∠BCF＝60°＋90°＝150°　……④
③、④より、
∠EAB＝∠BCF　……⑤
①、②、⑤より、２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから、
△ABE≡△CFB
合同な図形の対応する辺は等しいから、
EB＝BF

長方形の証明をみて、変わるところや変わらないところについて発表しましょう。

変わるところは、長方形と書かれているところだね。

△ABEと△CFBが合同になることを根拠にすることは変わらないね。

平行四辺形に変えても、対辺が等しいということは変わらないね。

∠BADと∠DCBの大きさが90°から変わるね。でも、対角は等しいから、２つの角が等しいことは変わらないよ。

平行四辺形の場合でも、長方形のときの証明の一部を書き換えることで、EB＝BFになることを示すことができました。
ひし形や正方形の場合でも、EB＝BFになることを示すことができますか。

平行四辺形の証明を書き換えれば示すことができるよ。

平行四辺形のところを、ひし形や正方形にすると、他の部分も書き換える必要があるのかな。

ひし形も正方形も、２組の向かい合う辺が等しく、２組の向かい合う角が等しい四角形だよ。書き換える必要はないね。

なるほど。平行四辺形で成り立ったことは、ひし形や正方形でもいえるということだね。

【四角形ABCDが平行四辺形のときの証明】

△ABEと△CFBにおいて、
正三角形の３つの辺はすべて等しいから、
EA＝AD
平行四辺形の向かい合う辺は等しいから、
AD＝BC
よって、EA＝BC ……①
同じようにして、
AB＝CF ……②
また、正三角形の１つの内角は60°であり、
平行四辺形の向かい合う角の大きさは等しいから、
∠BAD＝∠DCB ……③
∠EAB＝60°＋∠BAD ……④
∠BCF＝60°＋∠DCB ……⑤
③、④、⑤より、
∠EAB＝∠BCF ……⑥
①、②、⑥より、２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから、
△ABE≡△CFB
合同な図形の対応する辺は等しいから、
EB＝BF

つまり、どんな四角形においてEB＝BFが成り立つのでしょうか。

四角形ABCDが平行四辺形であればよいということです。

平行四辺形には、長方形、ひし形、正方形も含むということだね。

今日の授業で大切だと思ったことを振り返り、それをノートに書いてみましょう。

振り返り

　長方形のときに成り立ったことが、他の四角形に変えても成り立つことが分かった。四角形を変えても、同じことが成り立つかどうかを考えることが大切だと思った。長方形や平行四辺形、ひし形、正方形によって、それぞれ証明が違うと思っていたけれど、実は平行四辺形のときの証明ですべて説明できると分かって驚いた。

振り返り

　今回の学習では、証明を読むことで、考察を進めることができた。条件を変えたとき、書いた証明が使えるかどうか考えることが大切だと思った。書いた証明を読むことで、考えを広げたり、新しい発見をしたりすることができた。これからも証明を書くことだけでなく、証明を読むことも大切にしたい。