各種係数の内容と計算方法

X	：	生産額（列ベクトル）	v_{ij}	：	粗付加価値額（行列）
X^{-1}	：	生産額列ベクトルを対角行列に変換したものの逆行列	V	：	粗付加価値係数（行ベクトルまたは行列）$V_{ij}=v_{ij}/X_j$
F_D	：	県内最終需要額（列ベクトル）	$\bar{V}$	：	粗付加価値係数行ベクトルの対角行列
E	：	移輸出額（列ベクトル）	M	：	移輸入額（列ベクトル）
F	：	最終需要額　F_D+E	m_i	：	県内需要に対する移輸入係数 $m_i=M_i/(AX+F_D)_i$
x_{ij}	：	内生部門の取引額	$\bar{M}$	：	移輸入係数の対角行列
A	：	投入係数　$A=a_{ij}=x_{ij}/X_j$			
i	：	単位行ベクトル			
I	：	単位行列			
Γ	：	$I-\bar{M}$（県内自給率の対角行列）			
B	：	$[I-(I-\bar{M})A]^{-1}$型逆行列係数			

1　投入係数と逆行列係数

取引基本表：産業連関表の原表で、これを加工することで、各種の係数が得られる。

取引基本表

	産業１	産業２	…	産業ｊ	…	産業ｎ	最終需要	県内生産額
産　業　1	x_{11}	x_{12}	…	x_{1j}	…	x_{1n}	F_1	X_1
産　業　2	x_{21}	x_{22}	…	x_{2j}	…	x_{2n}	F_2	X_2
：	：	：		：		：	：	：
産　業　i	x_{i1}	x_{i2}	…	x_{ij}	…	x_{in}	F_i	X_i
：	：	：		：		：	：	：
産　業　n	x_{n1}	x_{n2}	…	x_{nj}	…	x_{nn}	F_n	X_n
粗付加価値	V_1	V_2	…	V_j	…	V_n		
県内生産額	X_1	X_2	…	X_j	…	X_n		

（１）投入係数

取引基本表のタテの原材料投入額を各産業の生産額で除して得られる係数表である。言いかえれば、ある産業において１単位の生産を行うときに必要な原材料等の単位を示したものである。

投入係数a_{ij}は産業ｉから産業ｊへの中間投入額x_{ij}を産業ｊの県内生産額X_jで除したものである。また、粗付加価値率v_jは中間投入と同様に、産業ｊの付加価値額V_jを県内生産額X_jで除したものである。

投入係数表

	産業1	産業2	…	産業j	…	産業n
産業1	a_{11}	a_{12}	…	a_{1j}	…	a_{1n}
産業2	a_{21}	a_{22}	…	a_{2j}	…	a_{2n}
:	:	:		:		:
産業i	a_{i1}	a_{i2}	…	a_{ij}	…	a_{in}
:	:	:		:		:
産業n	a_{n1}	a_{n2}	…	a_{nj}	…	a_{nn}
粗付加価値	v_1	v_2	…	v_j	…	v_n
県内生産額	1.0	1.0	…	1.0	…	1.0

$a_{ij}=\dfrac{x_{ij}}{X_j}$　$v_j=\dfrac{V_j}{X_j}$

（ｉは行を、ｊは列を示す）

ある産業部門に対する最終需要が発生した場合、それが各産業部門に対してどのような影響をおよぼすかを分析するのが、産業連関分析である。

ここで部門を産業１と産業２の２部門に限定した産業連関表を考えると、取引基本表の横のバランスより次の式が導かれる。

$$\begin{cases} x_{11}+x_{12}+F_1=X_1 \\ x_{21}+x_{22}+F_2=X_2 \end{cases}$$

上の式は、投入係数を用いることで次のように置き換えられる。

$$\begin{cases} a_{11}X_1+a_{12}X_2+F_1=X_1 \\ a_{21}X_1+a_{22}X_2+F_2=X_2 \end{cases}$$

この連立方程式をX_1、X_2について解くことで、最終需要Ｆを満たすために、直接・間接に必要な県内生産額X_1、X_2が求められる。

（２）逆行列係数

ある産業に対して１単位の最終需要が変化した場合に、各産業へおよぼす究極的な生産波及の大きさを示す係数表である。投入係数表から数学的に求められ、県内外との取引を区別しない$(I-A)^{-1}$型（閉鎖型）と取引を区別した$[I-(I-\bar{M})A]^{-1}$型（開放型）がある。

（ア）$(I-A)^{-1}$型（移輸入を考慮しない）

いわゆるレオンチェフ逆行列と言われるもので、産業部門間の技術的な相互関係をとらえるのに適している。

モデルによる説明

$$\begin{cases} a_{11}X_1+a_{12}X_2+F_1=X_1 \\ a_{21}X_1+a_{22}X_2+F_2=X_2 \end{cases}$$

よって、

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix}\begin{matrix} = \\ = \end{matrix}\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix}$$

ここで、

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{12} \end{bmatrix} = A \quad \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = X \quad \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = F$$

Ａ：投入係数行列
Ｘ：生産額列ベクトル
Ｆ：最終需要列ベクトル

とおくと、

$$AX + F = X$$

となり、これをＸについて解くと、

$$X - AX = F$$
$$(I - A)X = F$$
$$X = (I - A)^{-1}F$$

（イ）$[I-(I-\bar{M})A]^{-1}$型（移輸入を考慮する）

中間需要および最終需要には、一定の移輸入が含まれており、これは移輸出を除く県内需要に依存していると仮定したもので、県内経済の生産波及効果などの分析に適している。

モデルによる説明

$$\begin{cases} a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + F_1 - M_1 = X_1 \\ a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + F_2 - M_2 = X_2 \end{cases}$$

行列形式に変形すると、

$$AX + F - M = X$$

また、$F = F_D + E$から

$$AX + F_D + E - M = X$$

移輸入誘発の仮定より、

$$M = \bar{M}(AX + F_D)$$

であり、これを上記の式に代入すると、

$$AX + F_D + E - \bar{M}(AX + F_D) = X$$

これをＸについて解くと

$$X - AX + \bar{M}AX = F_D - \bar{M}F_D + E$$
$$(I - A + \bar{M}A)X = (I - \bar{M})F_D + E$$
$$[I - (I - \bar{M})A]X = (I - \bar{M})F_D + E$$
$$X = [I - (I - \bar{M})A]^{-1}[(I - \bar{M})F_D + E]$$

２　影響力係数と感応度係数

（１）影響力係数

逆行列係数表の一部門の列和を列和全体の平均値で除した比率である。これは、列部門に最終需要が発生した場合に、直接・間接に必要な生産量を示す。すなわち、産業全体に対する生産波及の相対的な影響力の強さを表す指標である。

$$\text{影響力係数} = \frac{\text{逆行列係数の列和}}{\text{逆行列係数の列和全体の平均値}} = \frac{B_j}{\bar{B}_j}$$

（２）感応度係数

逆行列係数表の一部門の行和を行和全体の平均値で除した比率である。これは、各列部門にそれぞれ１単位の最終需要があった場合に、直接・間接に供給すべき生産量を示す。すなわち、その行部門が相対的に受ける影響力を表す指標である。

$$\text{感応度係数} = \frac{\text{逆行列係数の行和}}{\text{逆行列係数の行和全体の平均値}} = \frac{B_i}{\bar{B}_i}$$

逆行列係数表

	産業１	産業２	…	産業ｊ	…	産業n	行和
産　業　1	b_{11}	b_{12}	…	b_{1j}	…	b_{1n}	B_1
産　業　2	b_{21}	b_{22}	…	b_{2j}	…	b_{2n}	B_2
：	：	：		：		：	：
産　業　i	b_{i1}	b_{i2}	…	b_{ij}	…	b_{in}	B_i
：	：	：		：		：	：
産　業　n	b_{n1}	b_{n2}	…	b_{nj}	…	b_{nn}	B_n
粗付加価値	B_1	B_2	…	B_j	…	B_n	

$$\bar{B}_i = \frac{1}{n}\Sigma B_i \qquad \bar{B}_j = \frac{1}{n}\Sigma B_j$$